Los modelos sigmoidales y su impacto en la educación pesquera

José Trinidad Ulloa Ibarra[1], Jorge Armando Rodríguez Carrillo[2], Jaime L. Arrieta Vera[3]

Recibido: 02 de febrero de 2017
Aceptado: 25 de mayo de 2017

Resumen.
Actualmente la demanda de profesionales de la pesca (biólogos, biólogos marinos, ingenieros pesqueros, ingenieros en acuicultura) que puedan plantear modelos matemáticos que representen los procesos biológicos y productivos se está incrementando de forma muy marcada. En la región noroeste de México esto se ha potenciado con la creación de granjas de camarón y de algunas especies de pescado, por lo que la preparación de los futuros profesionales de la pesca requiere de una preparación adecuada en esta y otra áreas. En la unidad académica de ingeniería pesquera y en los otros programas que conforman el área biológico – agropecuaria – pesquera de la Universidad Autónoma de Nayarit se presenta otra problemática que consiste en la búsqueda de nuevas formas en la enseñanza de la modelación, debido a que no tienen los antecedentes matemáticos necesarios para establecer los modelos propios de su campo y muchas veces existe poca motivación al creer que las matemáticas están desvinculadas de sus intereses profesionales. A partir de la reforma educativa en el año 2003 y con los antecedentes mencionado se inició un proyecto de investigación el que está vinculado a otros proyectos y el uso de software en especial el de uso libre para propiciar una cultura del uso de la Modelación Matemática.

Palabras clave: Modelos, sigmoidal, ingeniería, pesquera

Abstract
Currently, the demand of fishery professionals (biologists, marine biologists, fishery engineers, aquaculture engineers) who can propose mathematical models that represent the biological and productive processes is increasing in a very marked way. In the northwest region of Mexico this has been boosted by the creation of shrimp farms and some fish species, so that the preparation of future fishery professionals requires adequate preparation in this and other areas. In the academic unit of fisheries engineering and in the other programs that make up the biological - agricultural - fishery area of the Autonomous University of Nayarit, another problem arises that is the search for new forms in the teaching of modeling, Have the mathematical background necessary to establish the models of their own field and often there is little motivation to believe that mathematics are disconnected from their professional interests. From the educational reform in 2003 and with the afore mentioned antecedents a research project was started which is linked to other projects and the use of software, especially the one of free use, to foster a culture of the use of Mathematical Modeling.

Key words: Models, sigmoidal, engineering, fishing

Introducción.

Hoy en día las instituciones de nivel superior de áreas relacionadas con la pesca y la biología deben tener como principal propósito formar profesionales competitivos a nivel nacional e internacional, con sólidos conocimientos en ciencias básicas, con énfasis en áreas de investigación de actualidad en las ciencias biológicas y excelente nivel académico.

1 Universidad Autónoma de Nayarit
2 CetMar No. 34
3 Universidad Autónoma de Guerrero

En esto la matemática ocupa un lugar muy especial debido al papel que ocupa en el desarrollo del pensamiento lógico y abstracto, por lo que se hace necesario incluir investigaciones de la matemática vinculada con la modelación, el cálculo diferencial e integral, las ecuaciones diferenciales, el desarrollo de algoritmos de cálculo, la utilización de software especializado y de uso general, para lograr una mayor eficiencia no solo en el campo profesional sino también en la investigación, lo que ayuda a elevar la productividad y a solucionar problemas complejos.

Las matemáticas, que siempre han servido para explicar y comprender el mundo, están siendo aplicadas a infinidad de áreas y cada vez tienen un mayor peso en la economía. Los matemáticos, que tradicionalmente no solían tener mucho contacto con la realidad, forman parte de plantillas de empresas muy diversas.

La Matemática Aplicada en las ciencias agropecuarias y pesqueras permiten brindar criterios y herramientas básicas para manejar e interpretar cada vez mejor la actividad, satisfacer las demandas de nuevas tecnologías para producir en mercados globales altamente competitivos resguardando los recursos naturales y tomar decisiones a mediano y largo plazo en condiciones similares de experimentación (Ortega, 2000).

La biología matemática, por ejemplo, permite estudiar la dinámica de poblaciones, pues hay modelos y ecuaciones diferenciales que explican cómo funcionan. El modelo más sencillo es tener dos especies en un ecosistema (una es depredadora y la otra, presa). Sirve para predecir cómo puede evolucionar y ofrece información para actuar sobre ese sistema y evitar, por ejemplo, que se produzca la extinción de una de ellas (Lombardero, 2014).

El presente trabajo se encuentra en la línea de investigación que intenta dilucidar acerca de la relación entre las prácticas sociales y la construcción de los conocimientos (Arrieta, 2003), una de las tesis centrales de esta línea sostiene que los conocimientos emergen de las prácticas de las comunidades, que viven ligados a dichas prácticas y, en este sentido, ligados a sus intencionalidades. Es parte del proyecto "Las prácticas de modelación y la construcción de lo exponencial: en comunidades de profesionales de la pesca, un estudio socioepistemológico". La comunidad de estudio, es la conformada por los profesionales de la pesca, en la que se consideran tanto a los biólogos pesqueros como a los ingenieros pesqueros; siendo éstos el punto de partida. Al observar los currículos de las carreras de ingeniería pesquera y las de los biólogos marinos, podemos darnos cuenta que la modelación se estudia en diferentes momentos (Ulloa, Arrieta, 2008), sin embargo, es claro que al igual que en otras comunidades hay una separación de los conocimientos del aula con las prácticas de las comunidades como profesionistas y, por ende, de las intencionalidades, de esta manera ha nacido el mito del conocimiento por el conocimiento, el conocimiento que vale por sí mismo.

El objetivo es mostrar las propuestas desarrolladas y las experiencias alcanzadas en el área biológico agropecuaria pesquera de la Universidad Autónoma de Nayarit al establecerse como parte de la Reforma Educativa de 2003, la unidad de aprendizaje de modelación, en donde los antecedentes con que cuentan los estudiantes se limitan a un curso de lenguaje y pensamiento matemático, por lo que se hace necesario establecer una correspondencia entre el lenguaje matemático y el biológico, así como abarcar un conjunto de aspectos que recorren un amplio espectro de las Matemáticas desde el Cálculo Diferencial hasta la Matemática Numérica y la Estadística Matemática, lo que permitió establecer vínculos con las diferentes disciplinas del área.

Generalmente los docentes se encuentran con estudiantes que ven a las matemáticas como un mal al que se debe evitar, por lo que la motivación es poca o nula ya que consideran que no existe vinculación de esta disciplina con otras asignaturas ni con sus intereses profesionales, lo que aunado a la falta de bases y dificultades en el aprendizaje de conceptos con un nivel de abstracción medio o alto, hacen de la modelación una tarea ardua en la que deben poner en juego muchos aspectos y sobre todo la investigación.

Para analizar el crecimiento en las ciencias biológicas es necesario recurrir a una serie de conceptos de la matemática, tales como asíntotas, puntos extremos, puntos de inflexión y obviamente a la resolución de ecuaciones diferenciales, lo que en el caso de las escuelas del área resulta imposible, por lo que se necesitan métodos alternativos para dar respuesta a las actividades de modelación.

La investigación que se utiliza en las ciencias del mar sea cual fuere la índole de su especialidad, basada en la observación de fenómenos colectivos o en numerosas observaciones respecto a uno en particular, debe siempre representarse numéricamente para lograr una comprobación experimental. Esto da, en gran medida, mayor rigor y validez a la mirada de conjunto y a la proposición de las conclusiones. Permite, asimismo, hacer predicciones, sobre todo de aquellos fenómenos cuya variación es tan grande que difícilmente se pueden expresar con rígidas fórmulas matemáticas, como en el caso de los fenómenos biológicos, psicológicos y sociológicos (Cifuentes, Torres & Frías, 1995)

En los últimos tiempos, se ha manifestado una fuerte tendencia en las ciencias hacia la formulación de *modelos matemáticos* que consisten en la representación numérica de los elementos que forman un sistema en la naturaleza, los que permiten conocer sus interrelaciones y predecir su comportamiento, ya que constituyen la única forma de manejar situaciones muy complicadas y de probar hipótesis científicas básicas. Sin embargo, todavía no se cuenta con modelos matemáticos enteramente satisfactorios en relación con los fenómenos que se suceden en la biología, especialmente en el océano.

En la actualidad la aplicación de las matemáticas en las ciencias del mar ha experimentado un progreso considerable, y muchos de los fenómenos que ocurren en el océano se han podido entender mejor contando con su apoyo. Las matemáticas tienen relación directa con la investigación en la oceanografía física, auxiliándola en estudios de dinámica de las corrientes oceánicas, el comportamiento de las olas en sus índices de amplitud, las mareas, etcétera. Es por ello que el oceanógrafo físico tiene que dominar conocimientos en las siguientes áreas de las matemáticas: álgebra, análisis, cálculo diferencial e integral, análisis de vectores, métodos numéricos y programación de computadoras, (Cifuentes, et al., 1995).

La comunidad de estudio en este trabajo, es la conformada por los profesionales de la pesca, en la que se consideran tanto a los biólogos pesqueros como a los ingenieros pesqueros; siendo éstos el punto de partida. Al observar los currículos de las carreras de ingeniería pesquera y las de los biólogos marinos, podemos darnos cuenta que la modelación se estudia en diferentes momentos (Ulloa, Arrieta, 2008) , sin embargo es claro que al igual que en otras comunidades hay una separación de los conocimientos del aula con las prácticas de las comunidades como profesionistas y, por ende, de las intencionalidades, de esta manera ha nacido el mito del conocimiento por el conocimiento, el conocimiento que vale por sí mismo.

Esto nos lleva a señalar que, la escuela ha minimizado la creación matemática a partir de la experimentación en el laboratorio y por otra parte se ha dado poca importancia a la modelación como una asignatura de relevancia en la práctica profesional. Desde nuestro punto de vista la modelación es una práctica que puede vincular la escuela con su entorno. La modelación es una práctica que articula las diferentes ciencias y la tecnología con las matemáticas. Para dar evidencias de estas afirmaciones, basta analizar el entorno laboral que tienen estas comunidades.

La modelación tiene lugar en las tres etapas principales del complejo pesquero, ya que la encontramos no solamente al utilizar los Modelos de Predicción de las Capturas, sino también en el procesado de productos y al realizar estudios de consumo y demanda

El problema

La modelación es una práctica que se ejerce en diversas comunidades, es una actividad recurrente y les otorga identidad, con base en diferentes estudios consideramos que puede funcionar como un vínculo entre la escuela y su entorno. Para ello investigamos prácticas de modelación de comunidades, en este caso, de profesionales de la pesca. Las prácticas de esta comunidad son prácticas que se encuentran constituidas, y como tal, al igual que otros muchos procesos se realizan de forma casi mecánica o algorítmica, (Ulloa y Arrieta, 2012).

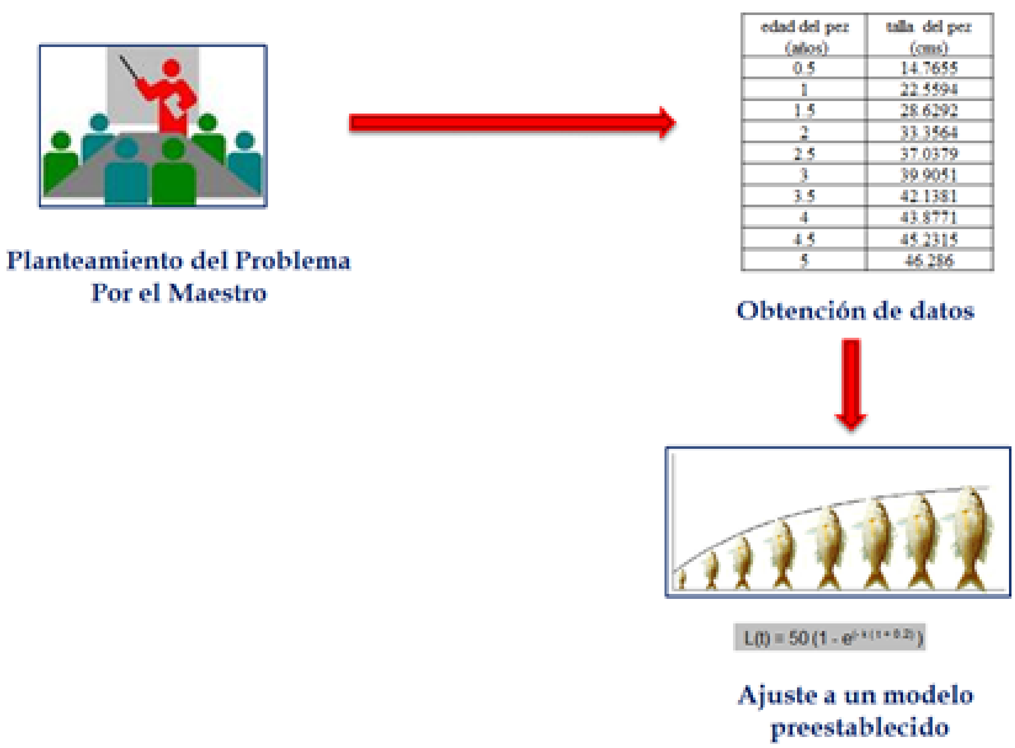
El egresado de licenciaturas del área generalmente no conoce las intencionalidades de la

práctica y la apropiación de ellas se hace indispensable para su óptimo desempeño ya que

requiere ejercer su trabajo en tiempo y forma, por lo que se encuentra sujeto a presiones de tipo laboral cuando desconoce la forma de realizar la actividad y por otra parte cuando aprende a hacerla, no reflexiona sobre los conocimientos teóricos matemáticos que se encuentran implícitos en su tarea diaria, llegándose entonces a realizar las actividades de manera rutinaria.

Es aquí en donde urge acercar la escuela con las práctica de la profesión ya que en al aula no existe la presión laboral, si bien pueden darse presiones de tipo académico, deben planearse secuencias de aprendizaje en la que se analicen en forma individual y conjunta las diferentes tareas que realiza un profesionista y utilizar la deconstrucción como base para varios diseños de aprendizaje basados en las prácticas de las comunidades y una vez hechos, ponerlos a disposición de la comunidad escolar general y también a las comunidades que ejercen esas prácticas.

Las prácticas de modelación exponencial que ejercen los profesionistas de las comunidades de la pesca y la acuacultura no están apegadas en forma estricta a la modelación que se realiza en el aula durante su formación académica. En las licenciaturas los modelos de crecimiento que más se utilizan son: Malthus, Verhulst y Brody. Estos modelos se ven de manera independiente y no se toman consideraciones que se requieren en la práctica profesional, como lo que se requiere en el caso del crecimiento de microalgas, en los que la gráfica puede considerarse conformada por diferentes etapas y la que se requiere para establecer el momento del desdoblamiento es la fase exponencial.



edad del pez (años)	talla del pez (cms)
0.5	14.7655
1	22.5594
1.5	28.6292
2	33.3564
2.5	37.0379
3	39.9051
3.5	42.1381
4	43.8771
4.5	45.2315
5	46.286

Fig. 1. Práctica de modelación escolar constituida

El estudio de la desvinculación entre la escuela y su entorno social y profesional, ha sido ampliamente abordado desde diversas perspectivas. En los trabajos de Galicia et al. (2011), Ulloa y Arrieta (2010) y Landa (2008), se da cuenta de la separación entre las prácticas sociales de modelación en comunidades de las ingenierías bioquímica y pesquera, con las comunidades escolares. Aunado a lo anterior se tiene un manejo no suficiente de la matemática que permita a estos profesionistas abordar los fenómenos que se les presentan, por ello sugerimos a la deconstrucción como una metodología que contribuya al análisis de la problemática presente, en este caso del crecimiento de poblaciones. En los programas de estudio de las carreras de ingeniería pesquera y las de los biólogos marinos, se observa que la modelación se estudia en diferentes momentos (Ulloa y Arrieta, 2009), sin embargo al igual que en la mayoría de las licenciaturas se encuentra una separación entre los conocimientos que se adquieren en el aula y los requeridos en el campo profesional. Esto conduce a pensar que la escuela ha minimizado la creación matemática a partir de la experimentación en el laboratorio y por otra parte se ha dado poca importancia a la modelación como una asignatura de relevancia en la práctica profesional.

Desde nuestro punto de vista la modelación es una práctica que puede vincular la escuela con su entorno. La modelación es una práctica que articula las diferentes ciencias y la tecnología con las matemáticas. Para dar evidencias de estas afirmaciones, basta analizar el entorno laboral que tienen estas comunidades (Ulloa y Arrieta, 2011). La modelación tiene lugar en las tres etapas principales del complejo pesquero, ya que la encontramos no solamente al utilizar los Modelos de Predicción de las Capturas, sino también en el procesado de productos y al realizar estudios de consumo y demanda.

Desarrollo.

Ejemplo: De observaciones realizadas con merluza del Atlántico (Deli, M. 2012), se desea conocer la dinámica de crecimiento y dar respuesta a la interrogante: ¿cuál es el modelo más apropiado y preciso?

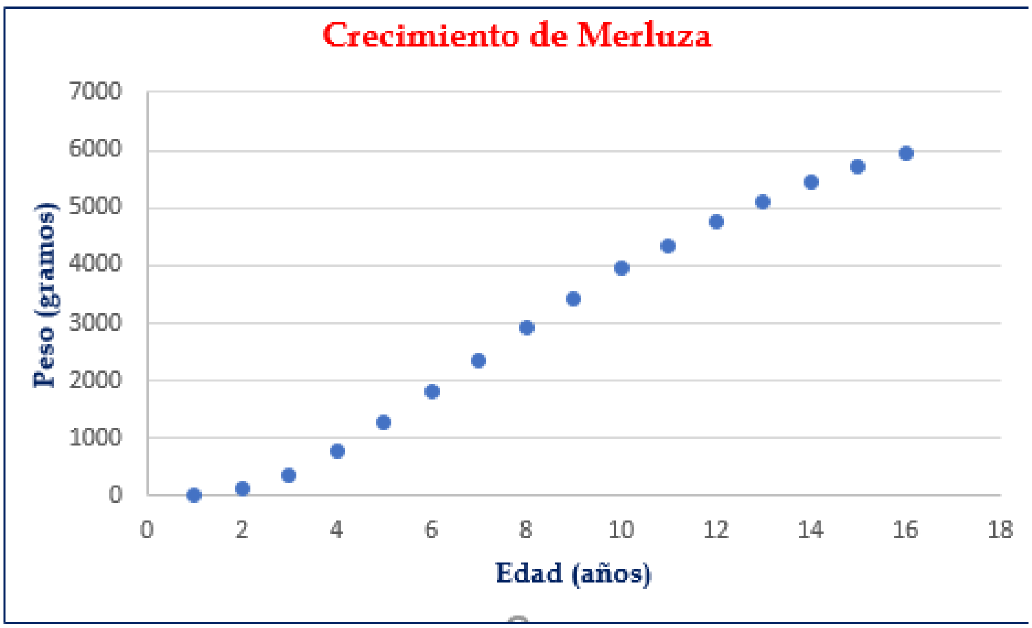
Para el procesamiento y análisis de la problemática es necesario considerar:

- Graficación de puntos para analizar tendencia de datos
- Selección del tipo de modelo a ajustar
- Ajuste del modelo, con el apoyo de un software apropiado
- Descripción del proceso a partir del modelo obtenido.

Talla de la merluza del Atlántico (*Merluccius merluccius)*

Edad (años)	Peso (x) gr
1	9
2	118
3	380
4	775
5	1262
6	1802
7	2359
8	2909
9	3434
10	3962
11	4346
12	4770
13	5107
14	5444
15	5702
16	5962

Gráficamente, todo crecimiento poblacional se describe, en primera instancia, bajo una función exponencial hasta llegar a un punto donde factores internos y externos afectan el crecimiento provocando en el gráfico un punto llamado de inflexión y posteriormente haciendo el crecimiento más lento hasta llegar a una estabilidad. Es decir, el crecimiento poblacional queda representado por una combinación de un gráfico de una curva exponencial (modelo exponencial) y una curva sigmoidea o en forma de S (Ulloa y Rodríguez, 2013).



La figura 2 muestra la tendencia del crecimiento de la merluza s aves durante 18 años, teniendo asociarse algún modelo sigmoidal, por lo que para determinar cuál es el que mejor ajusta esos datos se probarán los modelos: Logístico, Gompertz y Brody.

Modelo Logístico $$y = \frac{K}{1+A*e^{-Bx}}$$

Modelo de Gompertz $$y = K * e^{-A*e^{-Bx}}$$

Modelo de Brody $$y = K(1 - A * e^{-Bx})$$

Modelo de Von Bertalanffy $$y = K\left(1 - e^{-A(x-B)}\right)^3$$

Resultados

Una vez determinado el modelo y estimado sus parámetros se comienza la descripción del proceso mediante el uso de software, el cual puede ser un graficador como GeoGebra, o una hoja de cálculo como Excel, o bien algún software específico para modelación, aunque, en algunos casos se corre el riesgo que su uso requiera de la compra de licencia. Con base en la utilización de Excel y con el método descrito por Ulloa, Benítez y Rodríguez, 2008, se llega a los siguientes modelos en cada caso:

Modelo Logístico	$y = \dfrac{5983}{1 + 32.1419e^{-0.416x}}$
Modelo de Gompertz	$y = 6699 * e^{-5.47 * e^{-0.234x}}$
Modelo de Brody	$y = 27036(1 - 1.0344 * e^{-0.183x})$
Modelo de Von Bertalanffy	$y = 7311 * \left(1 - e^{-0.1723(x-0.281)}\right)^3$

Los gráficos correspondientes se muestran en las figuras 3, 4, 5 y 6 .

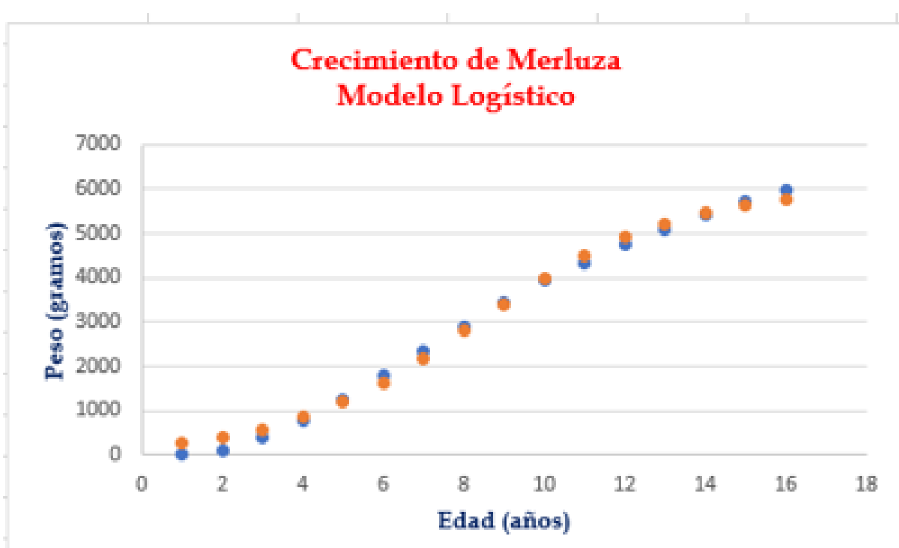


Fig. 3. Curva de ajuste con el modelo Logístico

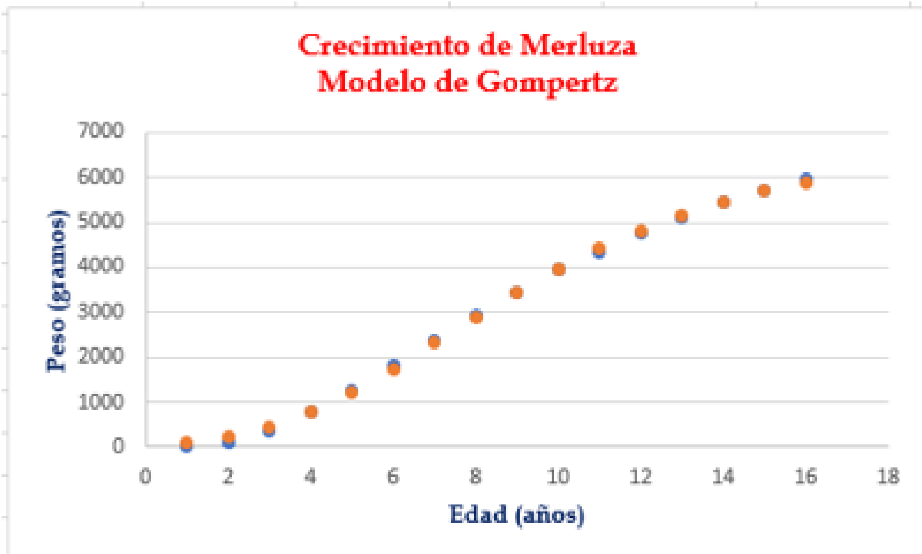


Fig. 4. Curva de ajuste con el modelo de Gompertz

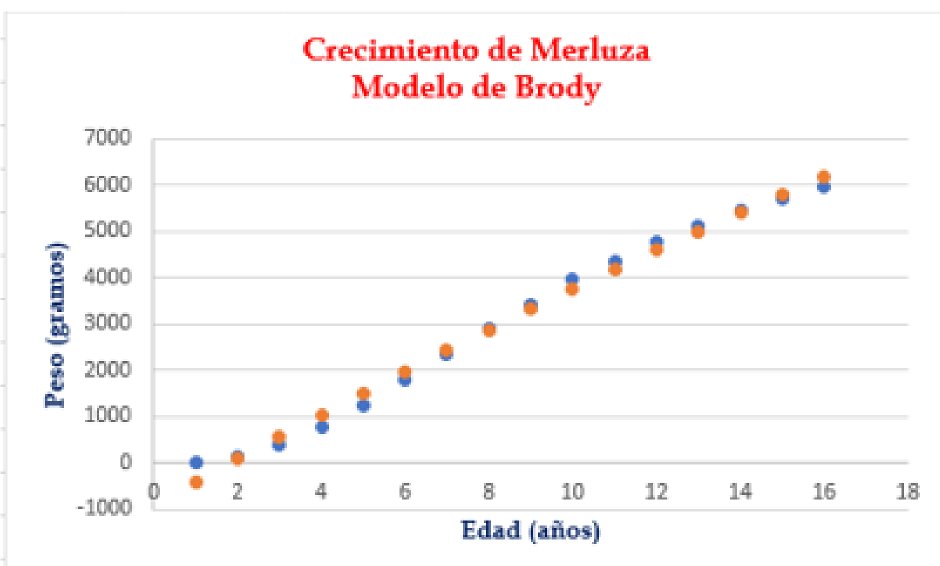


Fig. 45 Curva de ajuste con el modelo de Brody

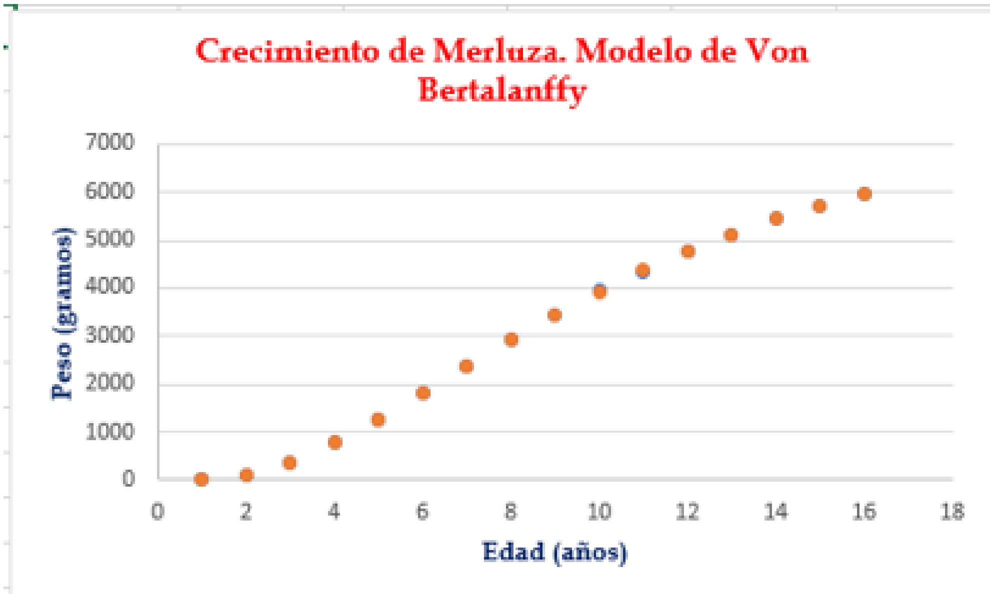


Fig. 6. Curva de ajuste con el modelo de Von Bertalanffy

En los gráficos se puede apreciar que los modelos que mejor ajustan los datos son el de Gompertz y el de Von Bertalanffy, pero con frecuencia las apreciaciones visuales dependen del factor humano, por lo que, a continuación, presentamos tablas con los estadísticos de regresión.

Modelo	*Estadísticas de la regresión*	
Logístico	Coeficiente de determinación R^2	0.979426344
	R^2 ajustado	0.977843755
	Error típico	294.6686206
Gompertz	Coeficiente de determinación R^2	0.987433679
	R^2 ajustado	0.986467038
	Error típico	233.1648966
Brody	Coeficiente de determinación R^2	0.998765809
	R^2 ajustado	0.998670872
	Error típico	71.02114753
Von Bertalanffy	Coeficiente de determinación R^2	0.98994206
	R^2 ajustado	0.989223636
	Error típico	218.4582043

Se concluye que el modelo que mejor ajusta los datos del problema es el Modelo de Brody.
Sin embargo, la disyuntiva es como modelar cuando no se cuenta con software o se desconoce su manejo. La solución a pesar de que tiene bastante tiempo de haberse establecido, en el caso de los modelos sigmoidales no es muy claro el procedimiento. Este es la linealización de los modelos y su adecuado manejo.

Linealización de los modelos sigmoidales utilizados:

Modelo	Expresión	Linealización
Logístico	$y = \dfrac{K}{1 + A * e^{-BX}}$	$Ln\left(\dfrac{K-y}{y}\right) = -Bx + Ln\ (A)$
Gompertz	$y = K * e^{-A*e^{-Bx}}$	$LN\left(LN\left(\dfrac{K}{y}\right)\right) = -Bx + Ln(A)$
Brody	$y = K(1 - A * e^{-Bx})$	$Ln\left(\dfrac{K}{K-y}\right) = Bx - Ln(A)$
Von Bertalanffy	$y = K(1 - A * e^{-Bx})^3$	$Ln\left(1 - \sqrt[3]{\dfrac{y}{K}}\right) = -Bx + Ln(A)$

Atendiendo el problema de la modelación en el área la opción más sencilla es la utilización del Excel, en otros casos y con el fin de que los estudiantes puedan observar la influencia de los parámetros en el modelo, se opta por el uso de GeoGebra que además que incluye ya el modelo Logístico. En el caso de la utilización de la linealización de los modelos sigmoidales, se recurre a la modelación mediante el método de los promedios, cuyo procedimiento lleva a la solución de ecuaciones simultaneas de orden 2 o 3 dependiendo del número de parámetros que se tenga en el modelo y los resultados son iguales a los determinados con el uso de Excel.

Conclusiones

La aplicación de distintos procedimientos para realizar el ajuste sobre un mismo problema nos permite realizar comparaciones, lo cual enriquece el aprendizaje en la modelación. La facilidad de que nos brindan las nuevas tecnologías permiten en poco tiempo efectuar comparaciones que nos permitan la correcta elección de un modelo adecuado, que describa los datos en problemas de cualquier área, así como nos proporciona elementos de juicio suficientes para la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre.

Por otra parte se debe resaltar que se requiere fomentar desde el nivel medio superior una cultura del uso de la Matemática con la integración del tema en diferentes disciplinas, donde se puede lograr una formación más eficiente del profesional en la medida en que los conocimientos básicos de la disciplina Matemática estén más vinculados y sean retomados por otras disciplinas.

De ahí el constante reto de los de los matemáticos, por la capacitación en estas áreas y desarrollo de un sistema de superación profesional que permita, actualizar y formar a los profesionales de esta rama mediante el uso adecuado de las herramientas de la Matemática para su desarrollo en la actividad docente y científico – investigativa.

Bibliografía

Arrieta, J. (2003). Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula. Tesis de Doctorado no publicada del Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.

Cifuentes, J.; Torres, P.; Frías, M. (1995). El océano y sus recursos III. Las Ciencia del Mar: Oceanografía, Física, Matemáticas e Ingeniería. Fondo de Cultura Económica. México

Deli, M. (2012). Las especies del género *Merluccius* en aguas argentinas. Morfología, merística, morfometría, osteología y código de barra genético. Tesis doctoral no publicada, Universidad Nacional de Mar del Plata, Facultada de Ciencias Exactas y Naturales.

Galicia A., Díaz L. y Arrieta J. (2011). Práctica social de modelación del ingeniero bioquímico: Análisis microbiológico. En resúmenes de la XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática

Ortega, D. (2000). *Perfeccionamiento de la enseñanza de la Matemática en la carrera de Agronomía*, Tesis (en opción al título de Master en Ciencias Pedagógicas), UCLV, Santa Clara, Cuba, 2000.

Landa, L. (2008). Diluciones seriadas y sus herramientas, una práctica de estudiantes de ingeniería bioquímica al investigar la contaminación del río de la Sabana. Tesis de Maestría no publicada. Universidad Autónoma de Guerrero. México.

Lombardero, A. (2014). *Un vistazo a la Biomatemática*. Números. Revista de didáctica de las matemáticas. Volumen 86, pp 29 – 38. Recuperada el 15 de enero de 2017 de http:// www.sinewton.org/numeros

Ulloa, J.; Arrieta, J. (2008). Los modelos exponenciales: construcción y deconstrucción. En P. Lestón (Ed), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 22, 479 488. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Ulloa, J., Arrieta, J. (2009). *Los modelos exponenciales: construcción y deconstr ucción*. En Lestón, L (Eds.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 22 (pp. 479-488). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa AC.

Ulloa, J. y Arrieta, J. (2010). La deconstrucción como estrategia de modelación. En P. Leston, (Ed), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 23, 909-917. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Ulloa, J., Arrieta, J. (2011). *La deconstrucción de la modelación del crecimiento de microalga*s. En Lestón, L (Eds), Acta Latinoamericanas de Matemática Educativa 24 (pp- 739 – 746). México. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.

Ulloa, J., Arrieta, J. (2012). *La deconstrucción como diseño didáctico para la modelación*. En Flores, R (Eds.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 25 (pp. 889 - 895). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa AC.

Ulloa, J. y Rodríguez, J. (2013). *La modelación matemática como puente entre el conocimiento científico y el matemático*. Revista Electrónica de Veterinaria, Vol. 14, Núm. 02.

Ulloa, J., Benítez, A., Chávez, G. (2008). *Modelos Alométricos e Isométricos en Mojarra y Lobina con apoyo de tecnología*. Acta Pesquera No. 1 (pp. 67- 82).