

**Modelos asociados al dorado *Coryphaenidae: Coryphaena hippurus L.* (GibbsyCollette,1959) en la etapa de comercialización**

**Models associated with the common dolphinfish *Coryphaenidae: Coryphaena hippurus L.* (GibbsyCollette, 1959) in the commercialization stage**

José Trinidad Ulloa Ibarra<sup>1</sup>, Vicente Gómez Castillo<sup>1</sup>, Juan Felipe Flores Robles<sup>1</sup>, Nidia D. Uribe Olivares<sup>2</sup>, María Inés Ortega Arcega<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Universidad Autónoma de Nayarit

<sup>2</sup>. CBETIS 100

Recibido: 04 de marzo de 2020

Aceptado: 06 de junio de 2020

**Resumen.**

Se presentan los resultados de la modelación de datos del dorado en su etapa de comercialización realizados como parte de los trabajos realizados por miembros de la comunidad de la Unidad Académica de Ingeniería Pesquera de la Universidad Autónoma de Nayarit con el apoyo del CIMATE – Nayarit y donde se plantea a la modelación de los datos obtenidos como una activada apoyada en el uso de la tecnología para el procesamiento y la obtención de los resultados. Se enfatiza que el proceso de modelación es un vínculo entre la actividad escolar y la práctica profesional.

**Palabras clave:** modelos, dorado, comercialización, ajuste

**Abstract**

The results of the modeling of dorado data in its commercialization stage are presented as part of the work carried out by members of the community of the Academic Unit of Fishery Engineering of the Autonomous University of Nayarit with the support of CIMATE - Nayarit and where The model-

ing of the data obtained is proposed as an activated model supported by the use of technology for processing and obtaining the results. It is emphasized that the modeling process is a link between school activity and professional practice.

**Key words:** models, goldfish, marketing, correlation

**Introducción.**

El presente trabajo es una contribución a los desarrollados por el equipo de modelación del Cimate - Nayarit que desde hace algunos años ha venido proponiendo diferentes modelos relacionados con el área de la pesca y en los que se plantea la modelación como un vínculo entre el aula de clases y el campo de la práctica profesional (Ulloa, 2013) se ha tomado al modelo desde la perspectiva de Arrieta y Díaz, 2014 que caracteriza a la modelación como como una práctica que articula dos entidades, con la intención de intervenir en una de ellas a partir de la otra. La diversidad, tanto de las entidades que intervienen en la articulación como de la naturaleza de la intervención, hacen posible identificar a la modelación como una práctica recurrente en diferentes comunidades, en este caso la comunidad de estudio es la conformada por los profesionales de la pesca.

La búsqueda del conocimiento y las explicaciones de los fenómenos naturales, humanos y sociales, están asociadas con el deseo de predecir. La capacidad de predicción es un valor apreciado en esta ciencia, las matemáticas aparecen por tanto como un instrumento para el conocimiento del entorno y tratar de incidir de alguna manera en él. La importancia biológica, social y económica de los peces y de la pesca ha incentivado el desarrollo de las matemáticas y en especial los modelos matemáticos, este requerimiento debe de ser tomado en cuenta en la preparación de los profesionistas para los que la pesca, la acuicultura, la biología pesquera

es su área de desempeño, cuando esto no ocurre se presenta un gran problema en los que el uso de las TICs representa una muy buena opción, sin embargo desde hace bastante tiempo se ha recurrido a la simplificación de la modelación, siendo una de las primeras la Linealización de modelos mediante el uso de los logaritmos, otra alternativa utilizada lo fue la utilización de hojas de papel especial como el log - log o el semilog según fuera el fenómeno a modelar.

Los modelos matemáticos son recursos explicativos fundamentales en todas las áreas del conocimiento y particularmente en aquellas ciencias en las que es dudoso que podamos contar con leyes científicas genuinas, como es el caso de la biología (y de las ciencias sociales). Surgen entonces dos situaciones que debemos tener presentes: como llegar a obtener esos modelos partiendo de datos de observaciones y el cómo interpretarlos. Con respecto de cómo se interpretan los modelos ha despertado una gran atención en las últimas décadas y, sin embargo, sigue siendo una cuestión controvertida (Ulloa, et al, 2018). Los modelos teóricos tienen la ventaja de permitir el análisis de la influencia de algunos factores mediante el estudio de las propiedades matemáticas de los modelos, esto se refleja claramente en Ulloa y Rodríguez (2013).

No existen bases claras para la selección de cual modelo utilizar o para decir cuál es el ideal para casos particulares. Algunos de los principios que se han considerados deben cumplir dichos modelos y que permiten de algún modo seleccionarlos son principalmente su simplicidad, los modelos deben contener la mínima cantidad posible de parámetros; deben usarse parámetros con las mejores propiedades de estimación; rango de aplicabilidad, pero sobre todo el modelo debe poder ajustar todos los datos observados por lo que se prefieren parámetros en los que se pueda realizar con

facilidad su interpretación física, es decir el efecto que tienen sobre el modelo como un todo.

En este trabajo se muestra el análisis realizado para dar respuesta a la pregunta sobre la validez de los modelos tradicionales (lineal, polinomial, exponencial, potencial, logístico, etc.) para el caso de Dorado *Coryphaenidae: Coryphaena hippurus* L. (Gibbs y Collette, 1959) en su etapa de comercialización. Por lo que uno de los objetivos del presente trabajo es analizar los resultados de la medición de ejemplares de dorado en su etapa de comercialización a la luz de las herramientas matemáticas que se requieren, así como proponer alternativas para realizar interpretaciones y predicciones dejando como última opción el uso de software especializado ya que consideramos que en el campo laboral éste no está siempre presente.

Se hace una descripción de los modelos utilizados para analizar el crecimiento de especies marinas, su caracterización y la problemática que se tiene al no contar con las herramientas matemáticas necesarias, por lo que se proponen como alternativas la linealización de los modelos alométricos (que son los adecuados para modelar el crecimiento de esta especie) tomando como base la utilización de métodos analíticos y del uso del software Excel.

### **El problema**

El estudio que se realiza toma la especie en la etapa de comercialización, por lo que cualquiera de los modelos descritos anteriormente no representa forzosamente una sola etapa, es decir, si una especie se representa por el gráfico No. 1 en donde se muestra el modelo de crecimiento del dorado en toda su etapa de vida el cual se contrasta con el gráfico No. 2 que representa el modelo la región en la que se captura y comercializa a la especie en la zona del Pacífico frente a Nayarit.

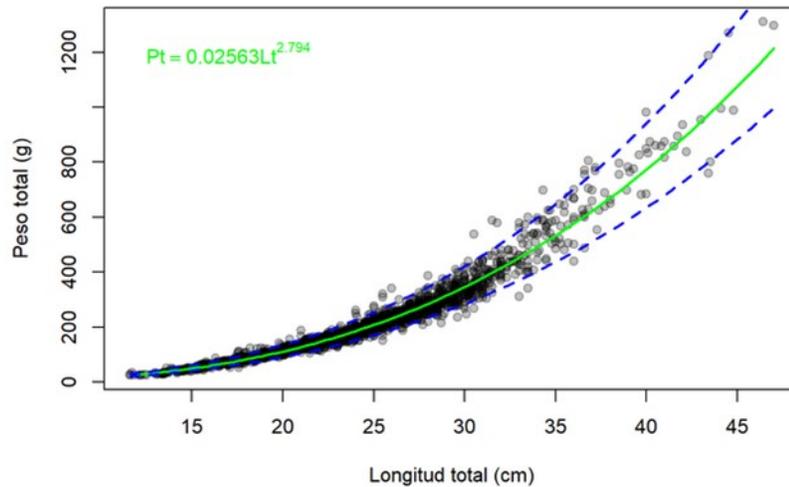


Figura 1. El modelo potencial en la toda la vida del Dorado

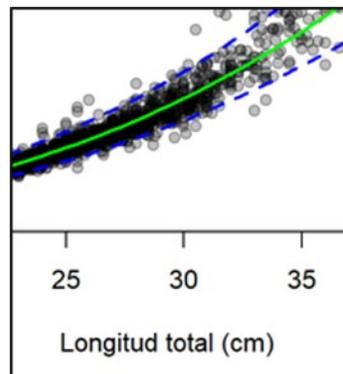


Figura 2. Modelo de una región de la curva

¿El modelo planteado para la etapa de comercialización es acorde al modelo total?

#### Antecedentes

Los antecedentes de este trabajo de investigación refieren trabajos en los que se han estudiado las actividades que realizan comunidades de profesionales de la pesca y que dan evidencias de cómo estas actividades proporcionan la base para diseños de aprendizaje, con la intención de que las prácticas sean ejercidas por estudiantes en el contexto escolar,

dando lugar así, a la emergencia de herramientas matemáticas (Ulloa, 2013).

Arrieta (2003) aporta elementos acerca de la práctica de la modelación en los sistemas escolares, específicamente aporta elementos de las construcciones de modelos lineales y cuadráticos por estudiantes de ingeniería bioquímica. Por otro lado, en Galicia y Arrieta (2005) se hizo un análisis de la interacción de estudiantes de ingeniería bioquímica en la construcción de lo exponencial a partir de la evolución de levaduras

en el laboratorio de microbiología. En lo que respecta a la modelación relacionados con el presente trabajo se tiene: Alternativas para elaboración de modelos matemáticos (Ulloa, Arrieta y Benítez 2015); Modelos matemáticos no lineales del crecimiento de la carpa común (*Cyprinus carpio*, Linnaeus 1758) (Ulloa, et al 2015); Una alternativa para el estudio del modelo de Gompertz (Ulloa, Rodríguez, Arritea, 2016); entre otros.

En esta propuesta se pretende atender la dimensión social del conocimiento no sólo a partir de las prácticas de comunidades, sino a partir de problemáticas que afecten a la comunidad en general y que precisen ser atendidas por la propia comunidad, por lo que se consideran como segunda parte que antecede a esta investigación trabajos que son gestados desde la atención de problemas sociales.

En la propuesta se explora la utilización de software de usos común para ajustar los datos de crecimiento a modelos conocidos tal como los de Malthus, Verhulst, Gompertz, Richards, etc., ya que actualmente los recursos computacionales permiten representar un modelo en computadora, con relativa facilidad. Resaltando que los modelos computarizados son causales en su construcción, ya que utilizan reglas generales que describen la forma en que cada elemento del sistema responde a cambios en otros elementos (relaciones funcionales). Cuando un modelo se representa en una computadora, cada uno de los elementos que lo conforman está especificado por sus condiciones iniciales y la computadora trabaja sobre las respuestas del sistema de acuerdo con las relaciones especificadas entre elementos. Estas condiciones iniciales se establecen con base en mediciones, información empírica o en suposiciones razonables y se utilizan para ilustrar el proceso particular, más que para probar la exactitud de la información empírica. Este tipo de modelos ayudan a entender la dinámica de los procesos del mundo real, mimetizando en la computadora las fuerzas que influyen en el comportamiento del sistema.

Esto último se justifica desde el punto de vista de

la carencia del uso de ecuaciones diferenciales, requeridas para trabajar con dichos modelos y que por desgracia el estudio de esa área matemática está ausente en los planes y programas del área biológica agropecuaria pesquera de nuestra universidad.

Por ello se toman las dos aproximaciones de la modelación. Por cuestiones prácticas, se puede hablar de dos grandes tipos de modelos y modeladores: analíticos y numéricos. Aunque ambas aproximaciones aumentan el entendimiento y predicción de los sistemas ecológicos y sus componentes, en la práctica los dos métodos utilizan aproximaciones matemáticas diferentes.

Los modelos analíticos se caracterizan por el uso de papel, lápiz y matemáticas relativamente complicadas. El modelizado numérico se caracteriza por el uso de matemáticas más simples, en conjunción con las computadoras.

### Justificación

El estudio de la desvinculación entre la escuela y su entorno social y profesional, ha sido ampliamente abordado desde diversas perspectivas. En los trabajos de Galicia et al. (2011), Ulloa y Arrieta (2010) y Landa (2008), se da cuenta de la separación entre las prácticas sociales de modelación en comunidades de las ingenierías bioquímica y pesquera, con las comunidades escolares.

Aunado a lo anterior se tiene un manejo no suficiente de la matemática que permita a estos profesionistas abordar los fenómenos que se les presentan, por ello sugerimos a la deconstrucción como una metodología que contribuya al análisis de la problemática presente, en este caso del crecimiento de poblaciones. En los programas de estudio de las carreras de ingeniería pesquera y las de los biólogos marinos, se observa que la modelación se estudia en diferentes momentos (Ulloa y Arrieta, 2009), sin embargo al igual que en la mayoría de las licenciaturas se encuentra una separación entre los conocimientos que se adquieren en el aula y los requeridos en el campo profesional. Esto conduce a pensar que la escuela ha minimizado

la creación matemática a partir de la experimentación en el laboratorio y por otra parte se ha dado poca importancia a la modelación como una asignatura de relevancia en la práctica profesional.

Desde nuestro punto de vista la modelación es una práctica que puede vincular la escuela con su entorno. La modelación es una práctica que articula las diferentes ciencias y la tecnología con las matemáticas. Para dar evidencias de estas afirmaciones, basta analizar el entorno laboral que tienen estas comunidades (Ulloa y Arrieta, 2011). La modelación tiene lugar en las tres etapas principales del complejo pesquero, ya que la encontramos no solamente al utilizar los Modelos de Predicción de las Capturas, sino también en el procesado de productos y al realizar estudios de consumo y demanda.

### **Marco Teórico**

En la actividad humana y científica se puede observar cómo el conocimiento tiene significados propios, contextos, historia e intención. Referente al estudio del conocimiento matemático funcional, desde una perspectiva Socioepistemológica, se asume que habrán de considerarse epistemologías de prácticas a través de la actividad humana, es decir, considerar al ser humano haciendo uso de la matemática en la realización de una actividad o en la resolución de un problema en un contexto específico, pues se reconoce a la actividad humana como una organización social y una fuente donde se construye conocimiento (Cordero, 2001).

La Socioepistemología es una teoría que se basa en el estudio de la epistemología de prácticas considerando los aspectos socioculturales ligados a la producción y difusión de conocimiento matemático, así como los aspectos que atañen a los procesos de cognición, de naturaleza didáctica y construcción de dicho conocimiento (Cordero, 2005). En esta teoría se parte del supuesto de que las prácticas sociales son generadoras de conocimiento, para con ello poder modelar la

práctica que en un contexto histórico y social otorga una estructura y un significado a lo que hacemos (Cordero, 2001).

Sin embargo, en la teoría Socioepistemológica se considera que para el análisis de las formas de construcción o producción de conocimiento matemático el énfasis esté, más que en los objetos matemáticos, en los contextos o prácticas donde se emerge o se desarrolla dicho conocimiento en una actividad humana.

### **La pregunta de investigación**

La presente investigación se sitúa en estudiar, analizar y proponer modelos de crecimiento y como llegar a ellos mediante el uso de la tecnología sin ser ésta la única alternativa.

La interrogante que guía la presente investigación es:

¿Cómo se construyen los modelos de crecimiento y que alternativas pueden ser accesibles a los estudiantes y profesionistas del área de la pesca y la acuicultura?

### **Metodología**

Las actividades de modelación se distinguen de quienes la usan con la finalidad de enseñar a modelar, a desarrollar teorías de modelación o hacer uso de esta. Se reproducen y analizan prácticas de modelizado con la intencionalidad explícita de desarrollar procesos de matematización en el aula (Ulloa, *et al.* 2015).

La perspectiva asume a las prácticas sociales como la base de nuestros diseños, en particular tomamos como base a las prácticas centradas bien en los modelos numéricos, bien en modelos gráficos o analíticos (Arrieta y Díaz, 2014)

Linealización de modelos no lineales.

La linealización es una técnica para calcular una

aproximación lineal de una ecuación no lineal en un punto dado. Métodos que permiten linealizar algunos modelos son:

- El uso de logaritmos y sus propiedades
- Cambio de variables

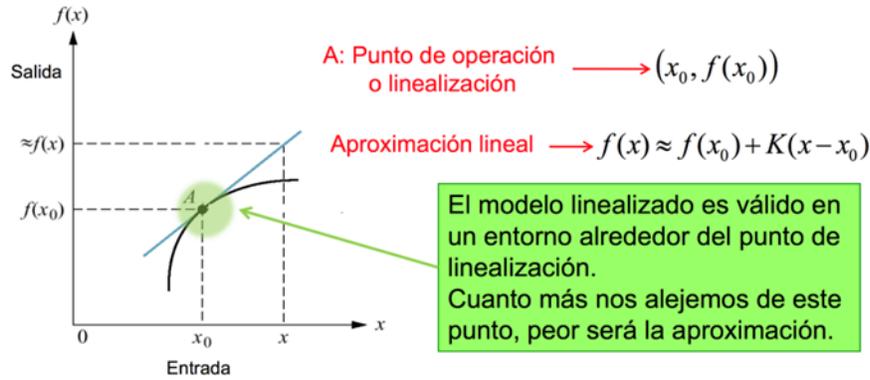


Figura 3. Aproximación de una línea a una curva

Entre los modelos que permiten linealización mediante el uso de logaritmos están:

Funciones Exponenciales:

$$y = be^{ax}$$

se linealiza a través de los logaritmos,

$$\ln y = ax + \ln b$$

Cambiando variables,

$$\ln y \equiv y' \quad \ln b \equiv b'$$

se obtiene,

$$y' = ax + b'$$

Es decir, si en la función potencial se grafica  $\ln y$  vs  $x$  se obtiene la ecuación de una línea recta.

Funciones de Potencias:

$$y = bx^a$$

se linealiza a través de los logaritmos,

$$\log y = a \log x + \log b$$

Cambiando variables,

$$\log y \equiv y' \quad \log x \equiv x' \quad \log b \equiv b'$$

se obtiene,

$$y' = ax' + b'$$

Es decir, si en la función potencial se grafica  $\log y$  vs  $\log x$ , se obtiene la ecuación de una línea recta.

### La investigación

El trabajo se desarrolló bajo un enfoque cuantitativo ya que se utilizaron los datos numéricos obtenidos de observaciones de dorado descargado en el Puerto de San Blas Nayarit en los diferentes centros de acopio y a partir de ellos se hicieron generalizaciones sobre las tallas observadas discriminando el comportamiento de las variables talla - peso.

### Método de análisis de los datos

Datos de composición por talla y edad  
Los otros datos que facilita la pesquería son la composición por tallas y, pero no siempre, por edad. Las capturas son generalmente muy grandes, por ejemplo, el número de anchovetas pescadas en un año por los barcos peruanos puede exceder de 10 000 millones.

Como es imposible medirlas todas, se tiene que idear un sistema de muestreo que, midiendo unos pocos ejemplares, dé datos fiables de la captura total. Si se emplea un buen sistema de estadísticas para el muestreo de las capturas y se obtienen las muestras de acuerdo con disposiciones prescritas (por ejemplo, la distribución por tallas de la anchoveta peruana), en ese caso pueden estimarse las características de la población con el grado de precisión que se desee.

La mensuración del pescado. Selección de las dimensiones que se van a medir. La elección de la parte de la talla se va a medir es arbitraria. Casi todos los biólogos pesqueros miden la talla hasta la horquilla caudal o la talla total, pero ninguno de los métodos tiene ventajas suficientes sobre el otro para recomendar su aceptación como norma universal. No obstante, conviene que los que miden el pescado de la misma población empleen siempre la misma medida.

Si la extremidad de la cola está estropeada, puede ser difícil medir la talla total, pero también lo será medir hasta la horquilla caudal, si esta está raída y horquilla no queda bien definida. En casi todos los casos lo más fácil es medir la talla total, pero en algunas especies grandes, con una caudal muy heterocerca, conviene más medir hasta la horquilla. En general, los investigadores del atún prefie-

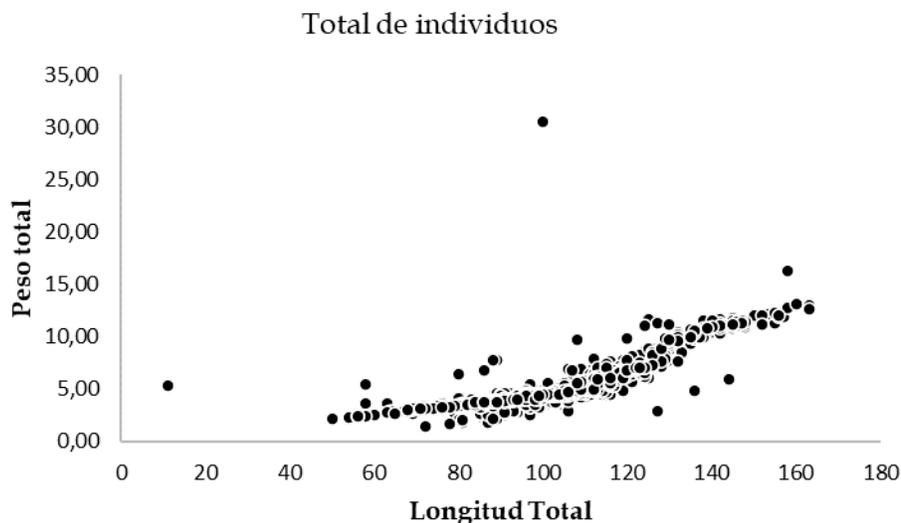
ren medir hasta la horquilla.

En los estudios de pesca raramente se emplea la talla normal, excepto por los especialistas en sistemática. Es difícil de registrar con precisión mientras se trabaja rápidamente y su uso no es recomendable en los lugares de pesca. Hay que acordarse siempre de anotar que medida se emplea y de mencionarla en todas las publicaciones, a menos que aparezca en los informes estadísticos de una comisión que tiene una norma aceptada. El no hacerlo sólo creará confusión más adelante. Por ejemplo, un investigador puede medir la talla a la caudal y otro, que estudia la misma especie, la total. El segundo puede suponer que el primero también usó la total, de no haber dicho nada en contrario, y llegar a conclusiones falsas en cuanto a los cambios en los ritmos de crecimiento y relación talla-peso. Cualquiera que sea la medida de la talla que se emplee, se expresa siempre en el sistema métrico.

### Resultados

Se analizaron los datos totales en los que se encuentran hembras y machos durante el periodo abril - junio 2014, el total de especímenes fue de 925 de los cuales 454 fueron hembras.

Al analizar el total de organismo y graficarlos se tiene el siguiente panorama:



**Figura 4.** Gráfico total de individuos

Cuando se realizan los análisis de hembras y machos se tiene:

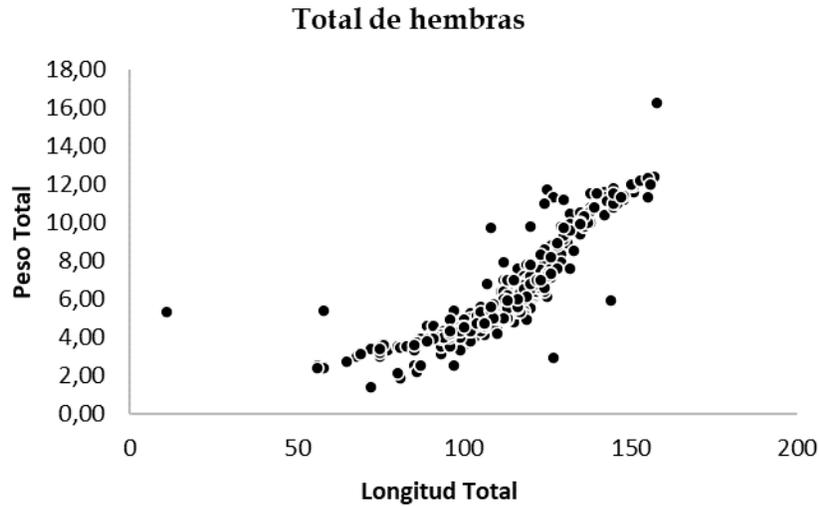


Figura5. Grafico total, Hembras

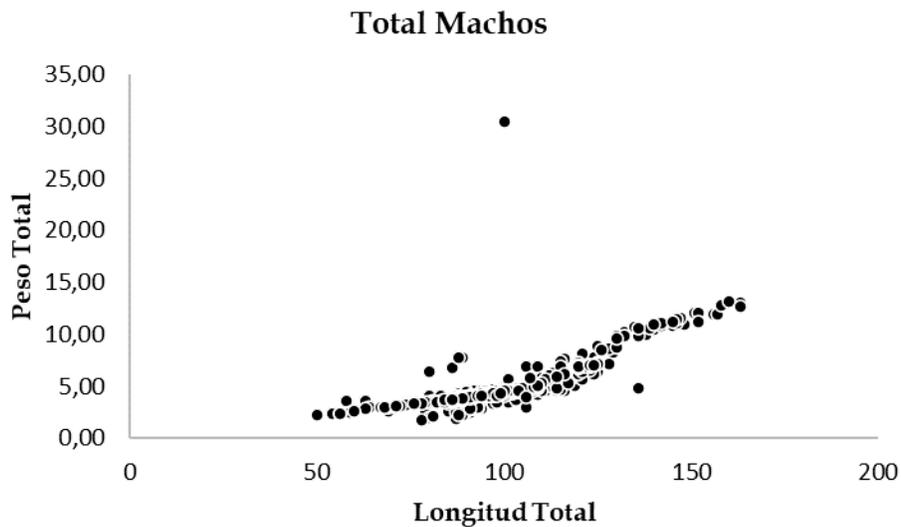


Figura 6. Grafico total, Machos

Como puede apreciarse en los tres gráficos no se aprecia un modelo específico que los pueda representar de manera analítica, para poder con base en ellos hacer inferencias.

## 7.2 Análisis

Dada la situación anterior se procedió a linealizar los modelos exponencial y potencial para poder

establecer el que mejor los represente, con base en el procedimiento descrito por Quintana, Villalobos y Cornejo (2005) y adaptado por Ulloa, Nieto, Ortega, Flores y Arrieta (2019).

El modelo exponencial se representa mediante la ecuación:

$$f(x) = y = a_0 e^{a_1 x}$$

Esta ecuación tiene un comportamiento no lineal, el cual puede ser linealizado mediante la aplicación de logaritmos naturales en ambos lados de la ecuación de lo cual resulta:

$$\ln y = \ln a_0 + a_1 x * \ln e = \ln a_0 + a_1 x$$

Esta ecuación representa la ecuación de una línea recta en la que la pendiente es  $a_1$  y la ordenada al origen es  $\ln a_0$

Al aplicar el método de mínimos cuadrados a la ecuación

$$\ln y = \ln a_0 + a_1 x * \ln e = \ln a_0 + a_1 x$$

Se obtienen las siguientes ecuaciones para calcular la pendiente y la ordenada al origen. Para la pendiente:

$$a_1 = \frac{n \sum x_i (\ln y_i) - \sum x_i \sum \ln(y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$\ln(a_0) = \overline{\ln(y)} - a_1 \bar{x}$$

Se calculan las sumatorias necesarias para aplicar las ecuaciones anteriores.

Además, es posible calcular el coeficiente de correlación, para lo cual

$$r = \sqrt{\frac{St - Sr}{St}}$$

$$Sr = \sum_{i=1}^n ((\ln(y_i) - \ln a_0 - a_1 x_i)^2)$$

$$St = \sum_{i=1}^n (\ln(y_i) - \overline{\ln(y)})^2$$

Para el modelo Potencial

El modelo Potencial se representa mediante:

$$y = a_0 x^{a_1}$$

Al aplicar logaritmo en base 10 en ambos lados de la ecuación se obtiene el siguiente modelo linealizado:

$$\log y = \log a_0 + a_1 \log x$$

Esta ecuación representa la ecuación de una línea recta en la que la pendiente es  $a_1$  y la ordenada al origen es  $\log a_0$

Al aplicar el método de mínimos cuadrados, se obtienen las siguientes ecuaciones para calcular la pendiente y la ordenada al origen. Para la pendiente

$$a_1 = \frac{n \sum (\log x_i)(\log y_i) - \sum \log x_i \sum \log(y_i)}{n \sum (\log x_i)^2 - (\sum \log x_i)^2}$$

Para la ordenada al origen

$$\log(a_0) = \overline{\log(y)} - a_1 \overline{(\log x)}$$

$$r = \sqrt{\frac{St - Sr}{St}}$$

Para el conjunto de datos de hembras y machos se obtiene el siguiente modelo potencial

Tabla 1. Datos para linealización del modelo Potencial

Numero de organismos.	X	y	LOG x	LOG Y	LOGX*LOGY	(LOGX)^2	ST	SR
1	112	4.60	2.049218023	0.66	1.35813529	4.1992945	0.002362	0.0084607
2	90	3.10	1.954242509	0.49	0.96023991	3.81906379	0.0483983	0.0127633
3	102	4.70	2.008600172	0.67	1.34997587	4.03447465	0.0015413	0.0003356
4	97	3.80	1.986771734	0.58	1.15189766	3.94726192	0.0173118	0.0057861
5	108	4.70	2.033423755	0.67	1.36665975	4.13481217	0.0015413	0.0033212
6	112	6.20	2.049218023	0.79	1.62378333	4.1992945	0.0065665	0.0014177
7	116	5.70	2.064457989	0.76	1.56047188	4.26198679	0.0019818	0.000529
8	106	4.30	2.025305865	0.63	1.28296738	4.10186385	0.0060667	0.0069563
9	115	5.10	2.06069784	0.71	1.45808833	4.24647559	1.435E-05	0.0042705
10	103	4.50	2.012837225	0.65	1.31481046	4.05151369	0.0033809	0.0019285
922	109	5.70	2.037426498	0.76	1.54003946	4.15110673	0.0019818	0.0003924
923	113	5.90	2.053078443	0.77	1.58261965	4.2151311	0.0035396	9.997E-05
924	108	5.60	2.033423755	0.75	1.52138331	4.13481217	0.0013565	0.0003408
925	123	7.00	2.089905111	0.85	1.76617471	4.36770337	0.0178865	0.0006722
Suma	99091	5167	1870.186641	658	1341.72454	3788.35602	27.627311	9.6491369
Promedio	107.1	5.586	2.021823395	0.711	1.45051301	4.09552002		

$$a_1 = \frac{n \sum (\log x_i)(\log y_i) - \sum \log x_i \sum \log(y_i)}{n \sum (\log x_i)^2 - (\sum \log x_i)^2}$$

$$St = (\log y - \overline{\log y})^2$$

$$Sr = (\log y - \log a_0 - a_1 \log x)^2$$

$$a_1 = 1.58360224$$

$$r = \sqrt{\frac{St - Sr}{St}} = \sqrt{\frac{27.62731113 - 9.649136858}{27.62731113}}$$

$$r = 0.80668408$$

$$\log(a_0) = \overline{\log(y)} - a_1 \overline{\log(x)} = 0.711357785 - 1.58360224 * 2.021823395$$

$$\log a_0 = -2.490406272$$

$$a_0 = 0.003232911$$

Por lo que el modelo es:  $y = 0.00323x^{1.58}$  con un coeficiente de correlación de **0.80668408**

Para el conjunto de datos de hembras y machos se obtiene el siguiente modelo exponencial

**Tabla 2.** Datos para linealización del modelo Potencial para machos y hembras

Numero de organismos.	x	y	LN y	x*LNy	x*x		ST	SR
1	112	4.60	1.526056303	170.92	12544		0.012522847	0.039882265
2	90	3.10	1.131402111	101.83	8100		0.256602751	0.039244185
3	102	4.70	1.547562509	157.85	10404		0.008172038	3.67917E-06
4	97	3.80	1.335001067	129.50	9409		0.091785225	0.014540657
5	108	4.70	1.547562509	167.14	11664		0.008172038	0.01126831
6	112	6.20	1.824549292	204.35	12544		0.03481488	0.009758979
7	116	5.70	1.740466175	201.89	13456		0.01050714	0.003288164
8	106	4.30	1.458615023	154.61	11236		0.032165278	0.025305273
9	115	5.10	1.62924054	187.36	13225		7.60609E-05	0.022667234
924	108	5.60	1.722766598	186.06	11664		0.007191848	0.00476815
925	123	7.00	1.945910149	239.35	15129		0.094832166	0.00048485
suma	99091	5167	1515.114695	168656	1E+07		146.4771887	32.11904022
promedio	107.1	5.586	1.637961832	182.33	11857			

$$a_1 = \frac{n \sum x_i (\text{LN } y_i) - \sum x_i \sum \text{LN}(y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{925(168656.3669) - 99091(1515.114695)}{925(10967661) - (99091)^2}$$

$$a_1 = 0.01801174$$

$$St = (\text{LN}(y_i) - \overline{\text{LN}(y)})^2$$

$$Sr = (\text{LN}(y_i) - \text{LN}a_0 - a_1 x_i)^2$$

$$r = \sqrt{\frac{St - Sr}{St}} = \sqrt{\frac{146.4771887 - 32.11904022}{146.4771887}}$$

$$\text{LN}(a_0) = \overline{\text{LN}(y)} - a_1 \bar{x} = 1.637961832 - 0.01801179 * 107.125405$$

$$r = 0.883585458$$

$$\text{LN}(a_0) = -0.29$$

$$a_0 = e^{-0.29}$$

$$a_0 = 0.74710268$$

Por lo que el modelo es:  $y = 0.7471 * e^{0.018x}$  con un coeficiente de correlación de 0.883585458

Para el conjunto de datos de hembras se obtiene el siguiente modelo potencial:

Tablas 3. Datos para el cálculo del coeficiente de correlación

Numero de organismos.	x	y	LOG x	LOG Y	LOGX*LOGY	(LOGX)^2	ST	SR
1	102	4.70	2.008600172	0.67	1.349975873	4.03447465	0.009056873	0.001675799
2	97	3.80	1.986771734	0.58	1.151897662	3.94726192	0.035149451	0.010524743
3	108	4.70	2.033423755	0.67	1.36665975	4.13481216	0.009056873	0.005746271
4	112	6.20	2.049218023	0.79	1.623783331	4.19929450	0.000631327	0.000497502
5	116	5.70	2.064457989	0.76	1.560471885	4.26198678	0.000129746	0.00126867
6	103	4.50	2.012837225	0.65	1.314810463	4.05151369	0.013008075	0.004326127
7	100	3.70	2	0.57	1.136403448	4	0.039626372	0.017623279
8	72	1.40	1.857332496	0.15	0.271408349	3.44968400	0.385811705	0.125622812
9	158	16.2 5	2.198657087	1.21	2.662251333	4.83409298	0.196770226	0.053297116
10	115	4.75	2.06069784	0.68	1.39446106	4.24647558	0.008203261	0.011994209
11	109	5.65	2.037426498	0.75	1.532243435	4.15110673	0.000231558	2.17827E-06
452	123	7.00	2.089905111	0.85	1.766174713	4.36770337	0.00605791	0.000319026
453	110	4.20	2.041392685	0.62	1.272296542	4.16728409	0.020740658	0.018454144
454	85	3.60	1.929418926	0.56	1.073340573	3.72265739	0.044505372	0.002071387
Suma	51400	2839	929.4330296	348.3 4	717.6708854	1905.98257 6	11.59394772	5.204312486
Promedio	113.2	6.25 4	2.047209316	0.767 3	1.580772875	4.19819950 6		

$$a_1 = \frac{n \sum(\text{Log } x_i)(\text{Log } y_i) - \sum \text{Log } x_i \sum \text{Log}(y_i)}{n \sum(\text{Log } x_i)^2 - (\sum \text{Log } x_i)^2}$$

$$a_1 = 1.404617704$$

$$\text{Log}(a_0) = \overline{\text{Log}(y)} - a_1 \overline{\text{Log } x}$$

$$\text{Log } a_0 = -2.108280985$$

$$a_0 = 0.007793257$$

$$St = (\text{Log } y - \overline{\text{Log } y})^2$$

$$Sr = (\text{Log } y - \text{Log } a_0 - a_1 \text{Log } x)^2$$

$$r = \sqrt{\frac{St - Sr}{St}}$$

$$r = 0.74237334$$

Por lo que el modelo es:  $y = 0.007793257x^{1.40}$  Con un coeficiente de correlación de **0.74237334**

Para el conjunto de datos de hembras se obtiene el siguiente modelo exponencial:

Tabla 4. Para el conjunto de datos de hembras se obtiene el siguiente modelo exponencial:

Numero de organismos.	x	y	LN y	x*LNy	x*x	ST	SR
1	102	4.70	1.547562509	157.85	10404	0.048018619	0.0001725
2	97	3.80	1.335001067	129.50	9409	0.186358805	0.0179192
3	108	4.70	1.547562509	167.14	11664	0.048018619	0.0152112
4	112	6.20	1.824549292	204.35	12544	0.003347233	0.0064299
5	116	5.70	1.740466175	201.89	13456	0.0006879	0.005985
6	103	4.50	1.504077397	154.92	10609	0.06896749	0.0056229
7	100	3.70	1.30833282	130.83	10000	0.210094989	0.0464966
8	72	1.40	0.336472237	24.23	5184	2.045534348	0.4532334
9	158	16.25	2.788092909	440.52	24964	1.043255691	0.0395477
10	115	4.75	1.558144618	179.19	13225	0.043492853	0.0582344
451	108	5.60	1.722766598	186.06	11664	0.001929618	0.0026905
452	123	7.00	1.945910149	239.35	15129	0.032118421	2.356E-07
453	110	4.20	1.435084525	157.86	12100	0.109964857	0.0742808
454	85	3.60	1.280933845	108.88	7225	0.235962947	0.0010543
Suma	51400	2839.4	802.0790848	93412	5961052	61.46992953	13.650754
Promedio	113.22	6.2542	1.766694019	205.75	13130.07048		

$$a_1 = \frac{n \sum x_i (\text{LN } y_i) - \sum x_i \sum \text{LN}(y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$St = \frac{(\text{LN}(y_i) - \overline{\text{LN}(y)})^2}{Sr = (\text{LN}(y_i) - \text{LN}a_0 - a_1 x_i)^2}$$

$$a_1 = 0.01836661$$

$$r = \sqrt{\frac{St - Sr}{St}}$$

$$\text{LN}(a_0) = \overline{\text{LN}(y)} - a_1 \bar{x}$$

$$\text{LN}(a_0) = -0.31$$

$$r = 0.882002234$$

$$a_0 = e^{-0.31}$$

$$a_0 = 0.73147108$$

Por lo que el modelo es:  $y = 0.73147 * e^{0.018x}$  con un coeficiente de correlación de **0.8820**

Para el conjunto de datos de machos se obtiene el siguiente modelo potencial:

**Tabla 5.** Para el conjunto de datos de machos para modelo potencial

Numero de organismos.	x	y	LOG x	LOG Y	LOGX*LOGY	(LOGX)^2	ST	SR
1	112	4.60	2.049218023	0.66	1.358135293	4.1992945	2.7982E-05	0.00644922
2	90	3.10	1.954242509	0.49	0.96023991	3.81906379	0.02759131	0.00901655
3	106	4.30	2.025305865	0.63	1.282967379	4.10186385	0.00057598	0.00491846
4	115	5.10	2.06069784	0.71	1.458088334	4.24647559	0.00251023	0.00296382
5	97	3.20	1.986771734	0.51	1.003617698	3.94726192	0.02320078	0.01818546
6	114	4.60	2.056904851	0.66	1.363229799	4.23085757	2.7982E-05	0.00864777
7	92	2.70	1.963787827	0.43	0.847106909	3.85646263	0.05112313	0.02914089
8	101	4.20	2.004321374	0.62	1.249191874	4.01730417	0.00117092	0.00209015
9	103	4.40	2.012837225	0.64	1.2951655	4.05151369	0.00019643	0.00156573
10	104	4.50	2.017033339	0.65	1.317551418	4.06842349	1.8109E-05	0.00134944
469	104	4.50	2.017033339	0.65	1.317551418	4.06842349	1.8109E-05	0.00134944
470	106	3.90	2.025305865	0.59	1.197086615	4.10186385	0.00440941	0.01266426
471	107	5.80	2.029383778	0.76	1.549288386	4.11839852	0.01122752	0.00281935
Suma	47691	2327.22	940.753611	309.67	624.0536496	1882.37344	13.2464749	4.10614529
Promedio	101.3	4.941019	1.997353739	0.6575	1.32495467	3.99654659		

$$a_1 = \frac{n \sum (\text{Log } x_i)(\text{Log } y_i) - \sum \text{Log } x_i \sum \text{Log } (y_i)}{n \sum (\text{Log } x_i)^2 - (\sum \text{Log } x_i)^2}$$

$$a_1 = 1.650400661$$

$$St = (\text{Log } y - \overline{\text{Log } y})^2$$

$$Sr = (\text{Log } y - \text{Log } a_0 - a_1 \text{Log } x)^2$$

$$r = \frac{\sqrt{St - Sr}}{St}$$

$$\text{Log}(a_0) = \overline{\text{Log}(y)} - a_1 \overline{\text{Log}(x)}$$

$$\text{Log } a_0 = -2.638965924$$

$$a_0 = 0.002296329$$

$$r = 0.83067429$$

Por lo que el modelo es:  $y = 0.00229x^{1.65}$  con un coeficiente de correlación de 0.8306

Para el conjunto de datos de machos se obtiene el siguiente modelo exponencial:

**Tabla 6.** Conjunto de datos de machos para obtener el modelo exponencial

Numero de organismos.	x	y	LN y	x*LNy	x*x	ST	SR
1	112	4.60	1.526056303	170.92	12544	0.000148359	0.029192131
2	90	3.10	1.131402111	101.83	8100	0.146286298	0.03638812
3	106	4.30	1.458615023	154.61	11236	0.003053779	0.018521181
4	115	5.10	1.62924054	187.36	13225	0.01330897	0.014107668
5	97	3.20	1.16315081	112.83	9409	0.12300818	0.077421997
6	114	4.60	1.526056303	173.97	12996	0.000148359	0.041994519
7	92	2.70	0.993251773	91.38	8464	0.271049617	0.131751312
8	101	4.20	1.435084525	144.94	10201	0.006208101	0.005543034
9	103	4.40	1.481604541	152.61	10609	0.001041449	0.003844017
10	104	4.50	1.504077397	156.42	10816	9.60132E-05	0.003199212
469	104	4.50	1.504077397	156.42	10816	9.60132E-05	0.003199212
470	106	3.90	1.360976553	144.26	11236	0.02337825	0.054630188
471	107	5.80	1.757857918	188.09	11449	0.059527162	0.021349901
Suma	47691	2327	713.03561	75245	5006609	70.23146016	17.99681446
Promedio	101.2548	4.941	1.51387603	159.76	10629.743		

$$a_1 = \frac{n \sum x_i (\text{LN } y_i) - \sum x_i \sum \text{LN}(y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$a_1 = 0.01703430$$

$$St = (\text{LN}(y_i) - \overline{\text{LN}(y_i)})^2$$

$$Sr = (\text{LN}(y_i) - \text{LNa}_0 - a_1 x_i)^2$$

$$r = \sqrt{\frac{St - Sr}{St}}$$

$$\text{LN}(a_0) = \overline{\text{LN}(y)} - a_1 \bar{x}$$

$$\text{LN}(a_0) = -0.21$$

$$a_0 = e^{-0.21}$$

$$a_0 = 0.80893243$$

$$r = 0.862409392$$

Por lo que el modelo es:  $y = 0.8089 * e^{0.017x}$  con un coeficiente de correlación de 0.8624

## Conclusiones

Con base en el análisis anterior para el que como ya se estableció se utilizó la hoja de cálculo de Excel, se puede concluir:

Cuando se analizan solamente los datos de un pe-

riodo, en este caso el de comercialización, el modelo es mejor representado por una función exponencial tanto en el caso de la especie sin diferenciar su sexo, como en donde se diferencia.

**Tabla 7.** Cuadro comparativo de los modelos potencial y exponencial

Modelo	Datos totales	Hembras	Machos
Potencial	$y = 0.00323x^{1.58}$ $r = 0.806$	$y = 0.00779x^{1.4}$ $r = 0.7423$	$y = 0.00229x^{1.65}$ $r = 0.83$
Exponencial	$y = 0.747e^{0.018x}$ $r = 0.8835$	$y = 0.73147e^{0.018x}$ $r = 0.882$	$y = 0.8089e^{0.017x}$ $r = 0.862$

Como se puede apreciar el modelo que mejor ajusta a los datos es el modelo Exponencial.

Esto quizá no deba generalizarse, ya que, si se analiza otra etapa de crecimiento, estos modelos pueden ser no válidos. Se requieren por consiguiente estudios en los que se estipule la etapa.

## Referencias Bibliográficas

- Arrieta, J. (2003). Las prácticas de modelación como proceso de matemátización en el aula. Tesis doctoral, Cinvestav-IPN, México, DF., México
- Arrieta, J.; Díaz, L. (2014). Una perspectiva de la modelación desde la Socioepistemología. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (2015) 18 (1): 19-48.
- Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del Cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 4(1), 103-128.
- Cordero, F. (2005). La socioepistemología en la graficación del discurso matemático escolar. En J. Lezama, M. Sánchez y J. Molina (Ed.) Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 18, 477-482. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Galicia, A. y Arrieta J. (2005). Modelación de la Evolución de la Levadura: Un Estudio de las Prácticas Sociales del Ingeniero Bioquímico, En Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Vol. 18, pp. 503-509, México.
- Galicia A., Díaz L. y Arrieta J. (2011). Práctica social de modelación del ingeniero bioquímico: Análisis microbiológico. En resúmenes de la XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática
- Gibbs, R.H and Collette, B.B. (1959). On the identification, distribution and biology of the dolphins, *Cotyphaena hrppurus* and *C. equiselis*. Gulf. Caribb. Bull. Mar. Sci., 9(2): 11 7-1 52.
- Landa, L. (2008). Diluciones seriadas y sus herramientas, una práctica de estudiantes de ingeniería bioquímica al investigar la contaminación del río de la Sabana. Tesis de Maestría no publicada. Universidad Autónoma de Guerrero. México.
- Ulloa, J. (2013). Las prácticas de modelación y la construcción de lo exponencial en comunidades de profesionales: un estudio socioepistemológico. Tesis de Doctorado no publicada. Centro de Investigación y Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional. México.
- Ulloa, J., Arrieta, J. (2009). Los modelos exponenciales: construcción y deconstrucción. En Lestón, L (Eds.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 22 (pp. 479-488). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa AC.
- Ulloa, J. y Arrieta, J. (2010). La deconstrucción como estrategia de modelación. En P. Leston, (Ed), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 23, 909-917. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

- Ulloa, J.; Arrieta, J.; Benítez, A. (2015). Alternativas para la elaboración de modelos matemáticas. Acta Pesquera Vol 1, No. 1
- Ulloa, J.; Ortega, M.; Rodríguez, G.; Benítez, A. (2015) Modelos no lineales de crecimiento de la carpa común (*Cyprinus carpio*, Linnaeus, 1758). Acta Pesquera Vol. 1, No. 2
- Ulloa, J.; Rodríguez, J.; Arrieta, J. (2016). Una alternativa para el estudio del modelo de Gompertz. Acta Pesquera Vol 2, No 4
- Ulloa, J.; Flores, J.; Ortega, M.; Arrieta, J. (2018).

Modelación Presa – Depredador basada en uso de tecnología. Acta Pesquera 8, Vol. 4.

- Ulloa, J.; Rodríguez, J. 2013. La modelación matemática como puente entre el conocimiento científico y el matemático. Revista Electrónica de Veterinaria REDVET®. España Veterinaria.org ® - Comunidad Virtual Veterinaria.org ® - Veterinaria Organización S.L. Disponible en <http://www.veterinaria.org/revistas/redvet/n020213.html>.

