

Relación Longitud-Peso y comparación entre dos modelos de crecimiento de una unidad experimental para cultivo de tilapia en jaulas flotantes

Length-to-Weight ratio and comparison between two growth models of an experimental unit for tilapia culture in floating cages

Elifonso Isiordia-Pérez¹, Arlis Isiordia-Cortez¹, Nallely Estrada-Pérez¹, Javier M. J. Ruiz-Velazco^{1*}.

¹ Escuela Nacional de Ingeniería Pesquera. Universidad Autónoma de Nayarit

*Autor de correspondencia: Javier M. J. Ruiz-Velazco. Escuela Nacional de Ingeniería Pesquera, Universidad Autónoma de Nayarit,

Recibido: 02 de diciembre de 2021

Aprobado: 30 de diciembre de 2021

Resumen

En el presente trabajo se determinó el tipo de crecimiento de *Oreochromis niloticus* cultivada en una unidad experimental en jaulas flotantes. Así mismo, se compararon dos modelos de crecimiento (von Bertalanffy y Gompertz) para determinar el mejor modelo que representara las curvas de crecimiento y la estimación de parámetros. Para determinar el tipo de crecimiento se usó la relación Longitud-Peso y mediante una prueba t-Student se probó isometría o alometría en su caso con respecto al parámetro b. Para determinar los parámetros de los modelos de crecimiento, se usó regresión no lineal mediante Statistica 6.0 y se usaron los cuadrados medios residuales (CMR) para determinar estadísticamente cual de los modelos presentaba mejor ajuste y menor error. Los resultados arrojaron que el parámetro b fue estadísticamente igual que 3 y que el modelo que mejor estimó los parámetros y mejor se ajustó, fue el de Gompertz. Se concluye que *O. niloticus* presentó un crecimiento isométrico para este caso específico. También, que el modelo que estimó mejor los parámetros de crecimiento fue el de Gompertz, así como el que logró mejor ajuste y menor error estadístico.

Palabras claves: Tilapia, jaulas flotantes, relación

peso talla, modelos de crecimiento

Summary

In the present work was determined the type of growth of *Oreochromis niloticus* cultured in an experimental unit in floating cages. Likewise, two growth models (von Bertalanffy and Gompertz) were compared to determine the best model that represented the growth curves and the estimation of parameters. To determine the type of growth, the Length-weight ratio was used and by means of a t-Student test, isometry or allometry was tested, where appropriate, with respect to parameter b. To determine the parameters of the growth models, nonlinear regression was used using Statistica 6.0 and residual mean squares (CMR) were used to statistically determine which of the models had better fit and less error. The results showed that parameter b was statistically equal to 3 and that the model that best estimated the parameters and best adjusted was that of Gompertz. It is concluded that *O. niloticus* presented a positive isometric growth for this specific case. Also, that the model that best estimated the growth parameters was that of Gompertz, as well as the one that achieved the best adjustment and the least statistical error.

Keywords: Tilapia, floating cages, weight-size ratio, growth models

Introducción

La tilapia es una de las especies de agua dulce que más se cultivan en México y el mundo. De acuerdo con la FAO (2017) la población consume alrededor del 50% de las especies de pescado cultivado por encima del total de peces capturados, por lo que la acuicultura es una actividad en franco crecimiento. La relación Longitud-Peso se ha utilizado para establecer diversas relaciones que tiene que ver con el comportamiento biológico de las especies y sus entornos (Valencia-Santana y Valencia-Santana, 2015).

También es útil para comparar especies bajo condiciones distintas de supervivencia. Diversos estudios se han llevado a cabo para estimar las relaciones Longitud-Peso particularmente para distintas especies de tilapia como *O. niloticus* en distintos

cuerpos de agua (Ulloa- Ibarra et al. 2009; Peña-Messina et al., 2010; Santoyo- Telles et al. 2019) o para tilapias rojas (Reyes-Serna, 2018). Por otro lado, la modelización del crecimiento es útil para representar el crecimiento en modelos matemáticos que permitan establecer relaciones con variables ambientales para pronosticar distintas formas de manejo de las poblaciones pesqueras y acuícolas, sobre todo si se pretende hacer proyecciones de capturas y cosechas bajo diferentes escenarios. Modelar el crecimiento y la supervivencia es la antesala para calcular la biomasa capturada o producida y que puede representar desde el punto de vista económico, pérdidas o ganancias. Además, se han comparado distintos modelos de crecimiento para distintas especies de peces, moluscos y crustáceos en los que proponen modelos más realistas (Hernández-Llamas y Ratkowsky, 2004). Así mismo se ha criticado el uso de modelo de von Bertalanffy (Roff, 1980) y en general de los modelos clásicos por carecer de propiedades estadísticas adecuadas (Hernández-Llamas y Ratkowsky, 2004). En el presente trabajo se analiza la relación Longitud-Peso y se comparan dos modelos clásicos (en sus parámetros, propiedades y ajuste) con la finalidad de determinar el comportamiento biológico de los componentes del crecimiento de la tilapia *O. niloticus* en condiciones de cultivo en jaulas flotantes en una unidad experimental.

Metodología

Las muestras fueron obtenidas de una unidad experimental montada en La presa Las Higueras, ubicada en el municipio de Rosamorada Nayarit, México cuyas coordenadas geográficas fueron 22° 07'11" Latitud Norte y 105°11'45" Longitud Oeste, para mayor referencia consultar Isiordia-Pérez (2021). Dicha unidad experimental estuvo constituida por una jaula rectangular con medidas de 3 metros de largo por 2 metros de ancho y 1.5 metros de alto, con capacidad de 9 m³ de volumen de agua instalada en la represa y con la población de alevines correspondiente, ver Isiordia-Pérez et al. (2021).

Relación Longitud-Peso

Para calcular la relación Longitud-Peso, se usó la información de nueve muestreos con un total de 270 organismos durante el experimento de

jaulas flotantes, dicha relación se estimó con la ecuación propuesta por Froese, (2006) mediante:

$$W = a L^b \quad (1)$$

Donde: W es el peso del organismo (g), L es la longitud (cm), a es el intercepto (coeficiente de crecimiento inicial) y b es el coeficiente de alometría.

Modelos de crecimiento

Para la comparación de los modelos de crecimiento se usaron las muestras de 30 organismos (10 por jaula) de ocho muestreos realizados cada quince días durante 4 meses. Los modelos de crecimiento que se utilizaron para comparar las diferentes curvas de crecimiento así como la estimación de sus parámetros, fueron el de von Bertalanffy y el de Gompertz de acuerdo con las siguientes ecuaciones:

Modelo de von Bertalanffy

El modelo de von Bertalanffy calcula el peso en el W_t tiempo de acuerdo con:

$$W_t = W_\infty (1 - e^{-k(t-t_0)})^3 \quad (2)$$

donde W_∞ es el peso infinito o asintótico del pez, k es la constante de crecimiento, t_0 es el tiempo y t es el parámetro de condición inicial.

Modelo de Gompertz

La curva de Gompertz o la función de Gompertz está representada por:

$$W_t = W_\infty \text{Exp}(-\text{Exp}(b - ct)) \quad (3)$$

donde W_∞ es el peso infinito o asintótico del pez y b y c son parámetros de ajuste.

Estimación de parámetros

Los parámetros de ambos modelos fueron estimados mediante regresión no lineal disponible en Statistica 6.0 con el algoritmo de Levenberg Marquardt a un nivel de significación de $P = 0.05$.

Para estimar el mejor ajuste se utilizaron los cuadrados medios residuales (CMR) del análisis de varianza de la regresión no lineal mediante Statistica

6.0 a un nivel de significación de $P = 0.05$, una vez ajustadas las diferentes curvas de crecimiento.

Resultados y discusión

Relación Longitud-Peso

Los resultados de la relación Longitud-Peso demostraron que *O. Nilóticos* cultivada en este tipo de jaulas flotantes presenta un crecimiento isométrico ($P > 0.05$), así lo demostró la prueba t-student para probar si el parámetro "b" era igual al valor de isometría ($b=3$), así mismo, el ajuste fue estadísticamente significativo ($P < 0.05$) con un valor de R^2 muy alta (0.9843). Dado que la longitud es una magnitud lineal y el peso es igual al cubo de la talla, si un individuo mantiene su forma al crecer, entonces el crecimiento es isométrico ($b=3$) (Froese, 2006). Diversos autores ha estudiado la

relación Longitud-Peso y han concluido que su crecimiento es Isométrico, particularmente en *O. nilóticos* (Ulloa-Ibarra et al., 2009). mientras que otros autores han trabajado con tilapia roja (Reyes-Serna, 2018), así como *O. nilóticos* en diferentes cuerpos de agua (Peña-Messina et al., 2010; Santoyo-Telles et al., 2019) y han encontrado alometría negativa lo que difiere de este estudio. Esas diferencias pueden deberse a los diferentes condiciones que prevalecen en cada sistema, tanto en la vida silvestre como en condiciones con mayores capacidades de control, como en el caso de este estudio, en el que prevalecieron mejores condiciones de manejo (particularmente en su alimentación y otros parámetros físicos, químico y biológicos) para su crecimiento y supervivencia (ver Isiordia-Pérez et al. 2021).

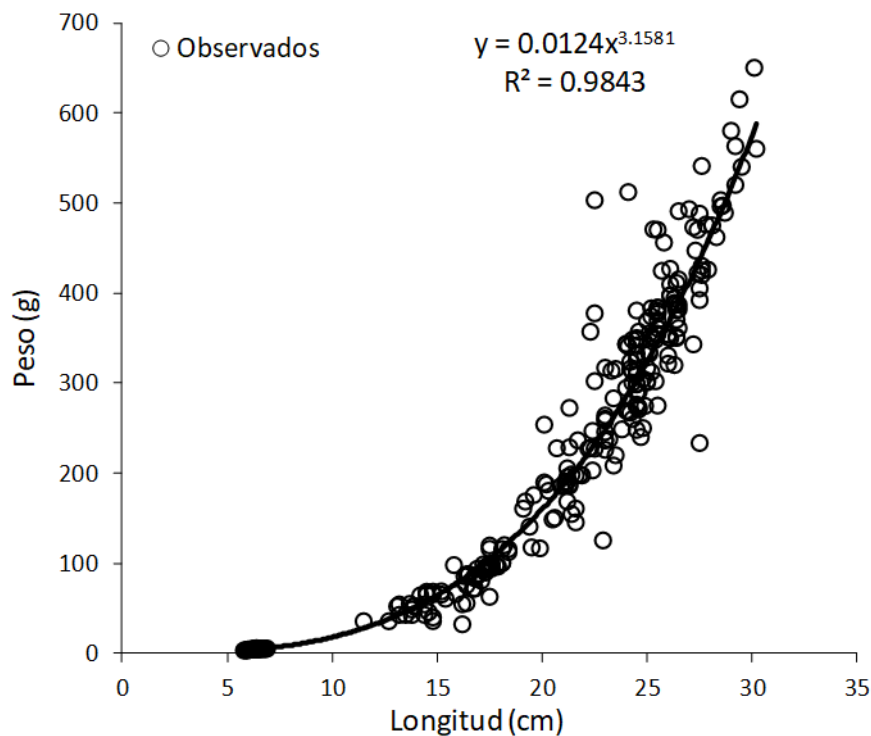


Figura 1. Relación Longitud-Peso de *O. nilóticos* cultivada en jaulas flotantes

El análisis de varianza de la regresión no lineal tanto el modelo de von Bertalffy como el de Gompertz resultaron ser significativos ($P < 0.05$), así mismo los modelos describieron las diferentes curvas de crecimiento para *O. nilóticos* en sus diferentes formas (Figura 2).

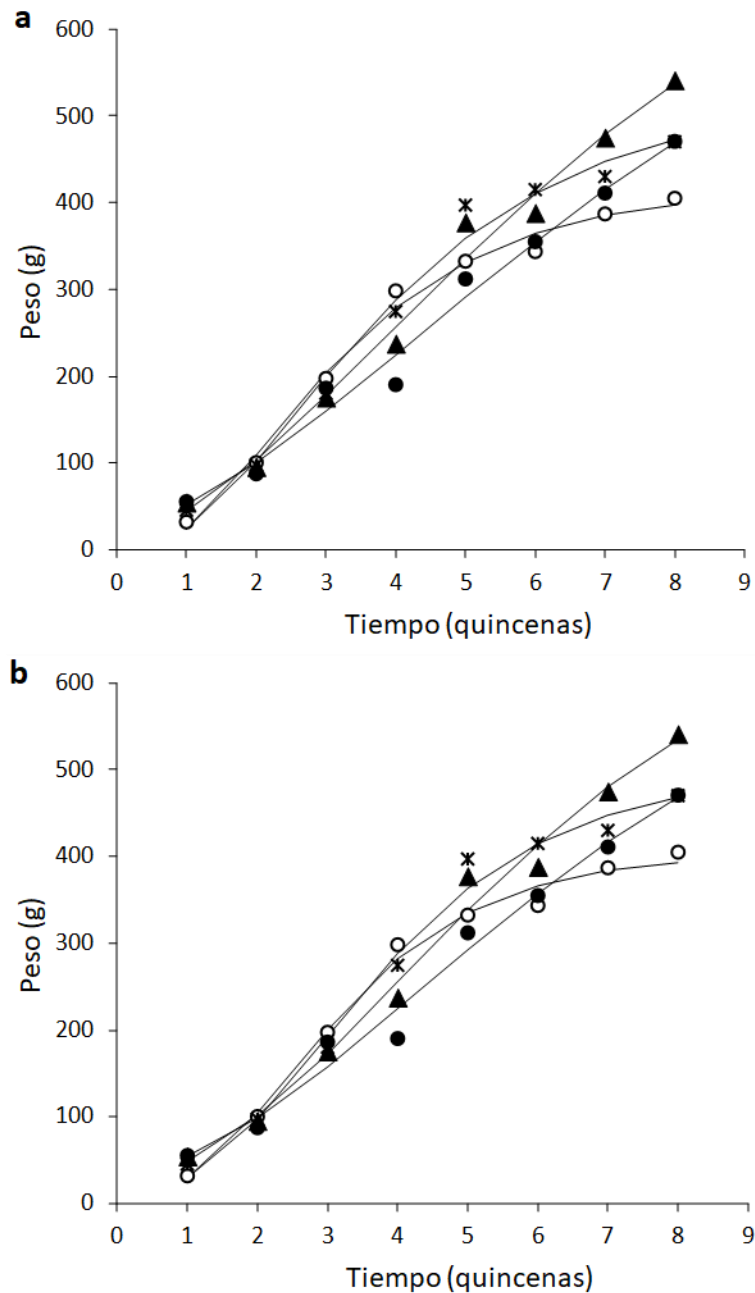


Figura 2. Ejemplos de las diferentes curvas ajustadas al Modelo de von Bertalanffy (a) y de Gompertz (b).

Para el modelo de von Bertalanffy, de los 30 casos analizados, nueve de ellos resultaron significativos en todos los parámetros ($P < 0.05$), en ocho casos resultaron significativos dos parámetros, en uno solamente un parámetro y en 12 ningún parámetro resultó significativo (Tabla 1).

Para el caso del modelo de Gompertz, en 21 de los 30 casos analizados resultaron significativos en todos sus parámetros, en un caso resultaron significativos dos de sus parámetros, en siete de los casos resultó significativo un solo parámetro y en uno solo, no resultaron significativos ninguno (Tabla 2).

Tabla 1. Estimación de los parámetros del modelo de von Bertalanffy, con sus respectivos valores P y cuadrados medios residuales (CMR) producto de la regresión no lineal.

Parámetro	Wa	P	k	P	t0	P	CMR
	3108.3330	0.6019	0.0705	0.4072	-4.4952	0.1134	897.4
	4489.4021	0.7541	0.0536	0.5820	-5.6347	0.1763	1200.8
	1068.4731	0.1127	0.1489	0.0984	-2.9355	0.0643	672.5
	2105.6160	0.5334	0.0879	0.3850	-4.3689	0.1454	1244.9
	593.0923	0.0041	0.3151	0.0416	-1.7044	0.1232	1408.6
	456.6288	0.0014	0.2818	0.0160	-2.3100	0.0299	374.4
	611.0160	0.0215	0.2016	0.0528	-2.9569	0.0474	490.1
	415.8957	0.0000	0.5313	0.0005	-0.9202	0.0168	208.5
	14487.0227	0.9160	0.0371	0.8206	-4.4321	0.4418	4423.5
	835.8619	0.0070	0.2165	0.0177	-2.1856	0.0305	552.2
	670.5113	0.0005	0.2435	0.0028	-2.2816	0.0055	224.1
	494.9988	0.0006	0.3272	0.0090	-1.3927	0.0616	442.9
	610.2849	0.0052	0.3151	0.0401	-1.2919	0.1928	1316.5
	1670.1076	0.4256	0.1097	0.3182	-3.6504	0.1573	1519.1
	1946.0379	0.5755	0.0926	0.4259	-3.6650	0.2083	1372.0
	820.5832	0.0283	0.1814	0.0431	-2.7826	0.0374	507.7
	562.5928	0.0077	0.2985	0.0462	-1.4010	0.1832	1070.5
	376.5565	0.0000	0.6850	0.0060	-0.3848	0.3804	550.9
	1.176X10 ¹⁰	0.9996	0.0003	0.9987	-6.8488	0.4911	3087.3
	1248.2589	0.5293	0.1059	0.4514	-4.5789	0.2411	1637.6
	783.9344	0.0230	0.2122	0.0471	-2.1873	0.0731	794.3
	701.2748	0.0564	0.2507	0.1361	-1.7029	0.2698	2243.0
	812.2428	0.0487	0.2106	0.0911	-2.2749	0.1232	1334.2
	521.6584	0.0001	0.4249	0.0038	-1.0380	0.0657	563.1
	10871.5746	0.7650	0.0384	0.5427	-5.4398	0.0719	634.6
	442.4144	0.0001	0.3633	0.0057	-1.8254	0.0211	383.2
	684.0499	0.0777	0.1774	0.1102	-3.0161	0.0872	649.6
	379.0972	0.0001	0.4652	0.0111	-1.2933	0.0751	618.7
	379.4882	0.0001	0.3900	0.0041	-1.7818	0.0165	276.7
	391.8929	0.0000	0.3521	0.0003	-1.8388	0.0015	78.9
Prome- dio CMR							1025.9

Tabla 2. Estimación de los parámetros del modelo de Gompertz, con sus respectivos valores P y cuadrados medios residuales (CMR) producto de la regresión no lineal.

Parámetro	Wa	P	b	P	c	P	CMR
	1533.7810	0.3083	1.1450	0.0033	0.1555	0.1312	956.8
	1934.8540	0.5070	1.1465	0.0298	0.1277	0.2520	1260.6
	794.1973	0.0224	1.0154	0.0001	0.2488	0.0260	656.8
	1245.8156	0.2596	1.0512	0.0037	0.1727	0.1436	1265.4
	543.7512	0.0010	0.9059	0.0045	0.4287	0.0208	1354.5
	421.0322	0.0003	0.7428	0.0007	0.3763	0.0055	321.6
	535.1293	0.0071	0.7939	0.0005	0.2833	0.0255	531.5
	403.8371	0.0000	0.9580	0.0004	0.6589	0.0003	200.1
	3010.5891	0.7432	1.3825	0.0662	0.1291	0.4806	4527.9
	710.6786	0.0012	0.9827	0.0001	0.3194	0.0054	538.0
	598.1615	0.0001	0.8658	0.0000	0.3386	0.0007	195.4
	455.8763	0.0001	1.0256	0.0004	0.4444	0.0024	338.8
	546.5648	0.0006	1.1255	0.0025	0.4536	0.0123	1043.2
	1052.5433	0.1519	1.0420	0.0008	0.2081	0.1074	1485.6
	1069.7835	0.2697	1.1272	0.0014	0.1921	0.1609	1385.2
	677.5990	0.0059	0.9252	0.0001	0.2742	0.0136	506.2
	502.3829	0.0012	1.0939	0.0025	0.4263	0.0168	924.3
	371.3170	0.0000	1.2014	0.0026	0.8128	0.0018	373.9
	48x10 ¹³	0.0000	3.3009	0.0000	0.0105	0.0000	2925.2
	971.5201	0.3888	0.9366	0.0352	0.1678	0.2862	1721.2
	665.6101	0.0055	0.9933	0.0003	0.3127	0.0184	813.6
	596.8238	0.0117	1.0743	0.0061	0.3772	0.0628	2149.4
	687.3640	0.0108	0.9769	0.0007	0.3131	0.0346	1261.4
	496.1896	0.0000	1.0414	0.0006	0.5513	0.0012	421.7
	2674.6369	0.4009	1.2678	0.0047	0.1231	0.1175	686.6
	420.5110	0.0000	0.7264	0.0014	0.4622	0.0030	368.9
	567.8148	0.0215	0.8785	0.0005	0.2660	0.0438	648.1
	364.5578	0.0000	0.8197	0.0080	0.5888	0.0073	597.4
	365.7953	0.0000	0.6788	0.0018	0.4800	0.0026	278.0
	374.3666	0.0000	0.7344	0.0002	0.4390	0.0005	121.0
Prome- dio CMR							995.3

De acuerdo con lo anterior, el modelo que mejor estimó sus propios parámetros fue el de Gompertz ya que la mayor parte de sus parámetros estimados fueron significativos (Tabla 2).

Algunos autores en la literatura científica han criticado el uso del modelo de von Bertalanffy porque

consideran que existen sesgo en sus parámetros (Roff, 1980). Esta crítica puede ser apreciada en la Tabla 1 en muchos de los casos presentados en este trabajo, particularmente en el peso asintótico cuyas estimaciones son muy altas, esto también ocurrió con el modelo de Gompertz pero en menor medida

Para el caso del uso del modelo de von Bertalanffy en particular, no fue posible la convergencia del modelo para estimar los parámetros con los valores semilla proporcionados automáticamente por el programa (W_0 y K). Lo mismo ocurrió con el modelo de Gompertz pero solo con un parámetro (W_0) que muchas veces dificulta estimarlos si se desconocen los valores aproximados (reales o de las muestras obtenidas) con lo que debe alimentarse el programa. Al respecto, Hernández-Llamas y Ratkowsky (2004) confirman la dificultad de convergencia de los modelos clásicos, la deficiencia de propiedades estadísticas, así como la interpretación biológica de sus parámetros.

Los resultados de los cuadrados medios residuales mostraron en general mayor error estadístico en el modelo de von Bertalanffy (Tabla 1) que en de Gompertz (Tabla 2), lo que resultó en un mejor ajuste (en general) para el modelo de Gompertz por encima del de von Bertalanffy. Si bien los modelos se ajustaron a los datos de crecimiento de los organismos, la modelización del crecimiento con este tipo de modelos, es necesario tomarlos con reserva por lo ya expuesto anteriormente, un modelo de valores esperados como los que propone Hernández-Llamas y Ratkowsky (2004) pudiera ser más favorables sobre todo en condiciones de cultivo.

Literatura citada

- FAO (Food and agriculture Organization of the United Nations). (2017). Acuicultura: Desarrollo de la acuicultura [internet]. Roma: FAO; [consultado 2017 sep 22]. Disponible en: <http://www.fao.org/aquaculture/es/>.
- Froese, R. (2006). Cube law, condition factor and weight-length relationships: history, meta-analysis and recommendations. *Journal of Applied Ichthyology*, 22, 241-253.
- Hernandez-Llamas, A, Ratkowsky, D.A. (2004). Growth of fishes, crustaceans and molluscs: estimation of the von Bertalanffy, Logistic, Gompertz and Richards curves and a new growth model. *Mar. Ecol. Prog. Ser.* 282: 237-244.
- Isiordia-Pérez, E., Isiordia-Cortéz, A., Cuevas-Rodríguez, B.L., Ruiz-Velazco Arce, J.M.J., Bautista-Covarrubias, J.C. (2021). Crecimiento y sobrevivencia de la tilapia *Oreochromis niloticus* cultivada en jaulas flotantes rectangulares. *Acta Pesquera*. 13(7), 62-68.

- Reyes Serna L.D. (2019). Densidades idóneas para sistemas de policultivo de especies comerciales Tilapia Roja (*Oreochromis spp.*) y Carpa Roja (*Ciprynus carpio*) en sistemas de confinamiento artesanal en lagos artificiales en Santiago de Cali (Valle del Cauca, Colombia). *IDESIA (Chile)* 36 (1), 73-82.
- Roff DA (1980) A motion for the retirement of the von Bertalanffy function. *Can J. Fish Aquat. Sci.* 37:127-129.
- Santoyo-Telles, F., Mariscal-Romero, J., Gómez-Galindo, C., Gutiérrez- Pulido, H. (2019). Relaciones talla-peso y factor de condición de la tilapia *Oreochromis niloticus* en cinco cuerpos de agua del estado de Jalisco, México. *CIBA Revista Iberoamericana De Las Ciencias Biológicas Y Agropecuarias*, 8(16), 82 - 105. <https://doi.org/10.23913/ciba.v8i16.92>
- Ulloa-Ibarra, J.T, Belmont-Hidalgo, J.J.F., Benítez-Valle, A., Rodríguez- Chávez, G. (2009). Relaciones talla - peso en la mojarra *Oreochromis aureus*. *Acta Pesquera*, 3(2), 41-53.

