

**Revista ACTA PESQUERA.**  
**Volumen 10 No. 19.**  
**ISSN: 2395-8944**  
**Periodo: Enero – Junio de 2024**  
**San Blas, Nayarit. México**  
**Pp. 10 - 16**  
**Recibido: Mayo 25 de 2024**  
**Aprobado: Junio 14 de 2024**  
**DOI: 10.60113/ap.v10i9.132**

**Modelización matemática en la producción biológica en acuaponía**

**Mathematical modelling in biological production in aquaponics**

Estrada-Perez Nallely

ENIP - UAN

nallely.estrada@uan.edu.mx

<https://orcid.org/0000-0003-3343-3147>

Ruiz-Velazco Javier. M.J.

ENIP - UAN

marcialj@uan.edu.mx

<https://orcid.org/0000-0003-1193-2164>

## **Modelización matemática en la producción biológica en acuaponía**

### **Mathematical modelling in biological production in aquaponics**

#### **Resumen**

En el mundo actual, satisfacer la demanda de alimento-agua-energía es una problemática, y la preocupación central es la sostenibilidad, con un enfoque en la reducción del impacto ambiental y la producción responsable de alimentos de alta calidad. La acuaponía es una alternativa ante esta situación, ya que presenta ventajas como: alta eficiencia en el uso del agua, la disminución de insumos y la producción paralela de plantas y peces. Actualmente, existe información limitada sobre el efecto del agua proveniente del cultivo de tilapia en sus distintas etapas productivas, particularmente sobre el desarrollo de las plantas de lechuga y pepino en cultivo acuapónico, así como la carencia de modelos matemáticos que permitan describir relaciones entre las variables asociadas al cultivo acuapónico.

El modelo bioeconómico es uno de esos enfoques satisfactorios para estudiar las complejas interacciones entre los diferentes factores (biológicos, tecnológicos y económicos) que afectan la producción acuícola. En este sentido, no hay estudios recientes que utilicen enfoques bioeconómicos que pueden ser útiles para mejorar las estrategias para la acuaponía. Este estudio, se centró en la utilidad de la modelización matemática en la producción biológica en acuaponía que pueden ser utilizados para determinar en futuras investigaciones un análisis bioeconómico.

**Palabras clave:** Acuaponía, Modelos matemáticos, Tilapia-lechuga-pepino

#### **Abstract**

In today's world, meeting the food-water-energy demand is problematic, and the central concern is sustainability, with a focus on reducing environmental impact and the responsible production of high quality food. Aquaponics is an alternative to this situation, as it has advantages such as: high water use efficiency, reduced inputs and parallel production of plants and fish. Currently, there is limited information on the effect of water from tilapia culture, in its different productive stages, on the development of lettuce and cucumber plants in aquaponic culture, as well as the lack of mathematical models that allow describing relationships between the variables associated with aquaponic culture.

The bioeconomic model is one such successful approach to study the complex interactions between the different factors (biological, technological and economic) affecting aquaculture production. In this regard, there are no recent studies using bioeconomic approaches that can be useful for improving aquaponics strategies. This study focused on the usefulness of mathematical modelling of biological production in aquaponics that can be used to determine bioeconomic analysis in future research.

**Keywords:** Aquaponics, Mathematical modelling, Tilapia-lettuce-cucumber

#### **Introducción**

La acuaponía es una tecnología que combina la producción de especies acuáticas (acuicultura) con la producción de plantas sin suelo (hidroponía). En un sistema acuapónico, los nutrientes de las excreciones de las especies acuáticas ayudan a fertilizar las plantas, y la absorción de nutrientes por las plantas contribuye a mejorar la calidad del agua para las especies acuáticas. El principal reto consiste en equilibrar las condiciones óptimas requeridas por múltiples especies: organismos acuáticos, plantas y microorganismos beneficiosos (Suhl et al., 2016).

El análisis de la producción mediante el modelado matemático constituye una herramienta útil para el manejo acuícola, que tiene su origen en el manejo de recursos naturales renovables (Clark, 1974), y cuyos principios han sido adaptados para el manejo de recursos acuícolas con distintos propósitos (Allen et al., 1984) incluyendo a la acuaponía. Cada vez se proponen más modelos matemáticos para comprender la dinámica del agua y los nutrientes en acuaponía y mejorar así la producción. Sin embargo, debido al gran número de variables que intervienen en un análisis a nivel de sistema en acuaponía, cada estudio tiene sus limitaciones (Arce-Valdez et al., 2023).

El modelado bioeconómico consiste en el uso de técnicas matemáticas para modelar el comportamiento y/o desempeño de sistemas de producción biológicos, condicionados por factores biológicos, ambientales, económicos y técnicos.

En general, el proceso de modelización, subyace en el intento de conocer y comprender (e incluso predecir) el comportamiento de los sistemas complejos y, más concretamente los sistemas biológicos.

Por ejemplo, Estrada-Perez et al. (2018), proponen modelos matemáticos de producción biológica de un sistema acuapónico combinados con subsistemas NFT (Técnica de Flujo de Nutrientes) de cultivos integrados (tilapia-lechuga-pepino) con diferentes densidades de siembra de tilapia (30, 60 y 90 organismos  $m^{-3}$ ), teniendo en cuenta la calidad del agua y las concentraciones de nutrientes.

### **Modelo matemático de crecimiento de tilapia**

Estos autores, para modelar las variaciones en el peso del organismo, propusieron la siguiente ecuación:

$$w_t = w_i + mt + C \sin(2\pi t/L + S)$$

donde  $C$  estima la amplitud que hay en las variaciones del peso alrededor de la tendencia lineal,  $L$  es la duración del periodo transcurrido entre los momentos en que se presentan las máximas (o mínimas) desviaciones del peso respecto a la recta y  $S$  es un ajuste en el tiempo.

En la Figura 1 se presentan las curvas de crecimiento de tilapia ajustadas para diferentes densidades de siembra 30, 60 y 90 organismos  $m^{-3}$ .

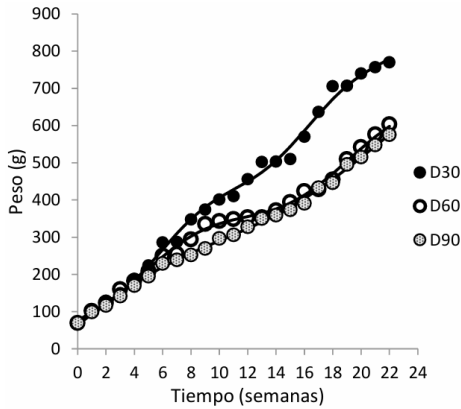


Figura 1

**Modelo matemático de crecimiento de plantas**

Para el cálculo del crecimiento en longitud de las plantas, utilizaron el modelo propuesto por Serna-Gallo et al. (2014):

$$L_t = L_i + (L_f - L_i) \left( \frac{1 - k^t}{1 - k^c} \right)$$

donde  $L_i$  y  $L_f$  son las tallas (longitudes) inicial y final,  $k$  es la tasa a la cual cambia  $L_t$  desde su valor inicial hasta su valor final,  $t$  es el número de unidades de tiempo para las que se predice  $L_t$  (vgr. 5, si  $L_t$  se predice para la quinta semana) y  $c$  es  $t$  para la semana en que se realiza la cosecha.

En la Figura 2 se muestran las curvas ajustadas de crecimiento de plantas de lechuga correspondientes a diferentes densidades de siembra de tilapia (30, 60 y 90 organismos  $m^{-3}$ ).

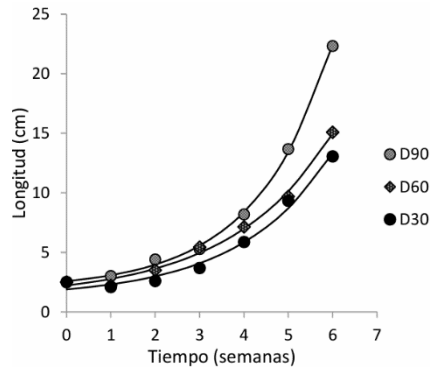


Figura 2

En la Figura 3 se muestran las curvas de crecimiento ajustadas de pepino correspondientes a diferentes densidades de siembra de tilapia (30, 60 y 90 organismos  $m^{-3}$ ).

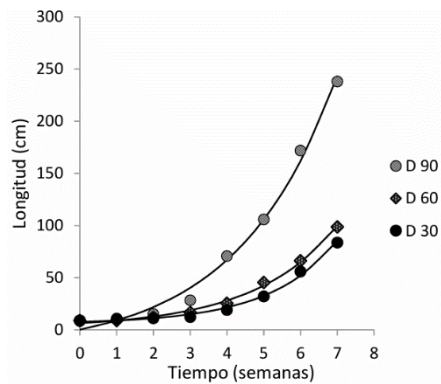


Figura 3

**Relaciones de las variables de producción biológica con la calidad de agua y manejo**

Estrada-Perez y colaboradores indican que, en ocasiones, resulta factible incorporar como parte del modelo relaciones estadísticas (regresión lineal múltiple) que se detectan entre las variables de producción biológica con la calidad del agua de cultivo, o con aspectos de diseño o manejo del sistema. Para ello, los autores realizaron la estimación de los parámetros de crecimiento de peces y plantas mediante

análisis de regresión no lineal usando STATISTICA 6.0.

Una de las relaciones propuestas por los autores en la producción biológica de peces es:

$$m = -2.402333 + 7.51914 OD - 0.1068669 D$$

Los autores mencionan que, se obtuvieron mayores tasas de crecimiento (m) a menores densidades de siembra de tilapia (D) y mayor oxígeno disuelto (OD).

Para la producción biológica de lechuga:

$$L_f = 23.87876 - 19.90656 CE + 0.1923708 D - 1.165875 NO_2^-$$

Esto quiere decir que, según los autores, se obtuvieron mayores longitudes finales ( $L_f$ ) de la lechuga, a mayor densidad (D) y menores valores de conductividad eléctrica (CE) y de nitritos ( $NO_2^-$ ).

Para la producción biológica de pepino:

$$L_f = 37.96499 + 1.494879 D$$

$$z = -0.5896874 + 0.0741485 pH$$

$$B = 81.48 (NH_4^+)^3 - 310.8 (NH_4^+)^2 + 381.97 NH_4^+ - 110.58$$

$$NH_4^+ = -0.1304182 + 0.0236274 D$$

Los resultados de las relaciones indicaron que, a mayor densidad de siembra de tilapia (D) se obtuvieron mayores longitudes finales ( $L_f$ ) de las plantas de pepinos. La tasa instantánea de mortalidad (z) aumentó cuando se tuvieron pH mayores, muy probablemente como consecuencia de que los valores de pH registrados fueron

mayores que los ideales para un sistema acuapónico.

También observaron que existe una relación entre la producción de fruto de pepino (B) y el amonio ( $NH_4^+$ ), y entre éste y la densidad de siembra de tilapia (D).

### Capacidad predictiva de los modelos

La capacidad de predicción representa el banco de pruebas más comúnmente utilizado para probar la bondad de un modelo.

Los autores mencionan que, los resultados de la regresión lineal y la prueba de t entre los valores de rendimiento observados y calculados (tilapia, las plantas de lechuga y pepino), permitieron concluir que, el valor de la pendiente no difiere de 1, indicando una capacidad predictiva satisfactoria de los modelos de producción biológica correspondiente.

### Manejo de la Densidad

Al tener el comportamiento del sistema modelado podemos, en buena medida realizar predicciones y con ellos avanzar más en su comprensión.

Siguiendo con el ejemplo de Estrada-Perez et al. (2018), utilizaron los modelos de producción biológica y las ecuaciones de regresión múltiple para predecir, en función de la densidad de tilapia y del tiempo, la biomasa de tilapia y la longitud de las plantas, observándose que, a medida en que se incrementaron la densidad y el tiempo, también se incrementó la producción de biomasa (Figura 4a, 4b y 4c).

a

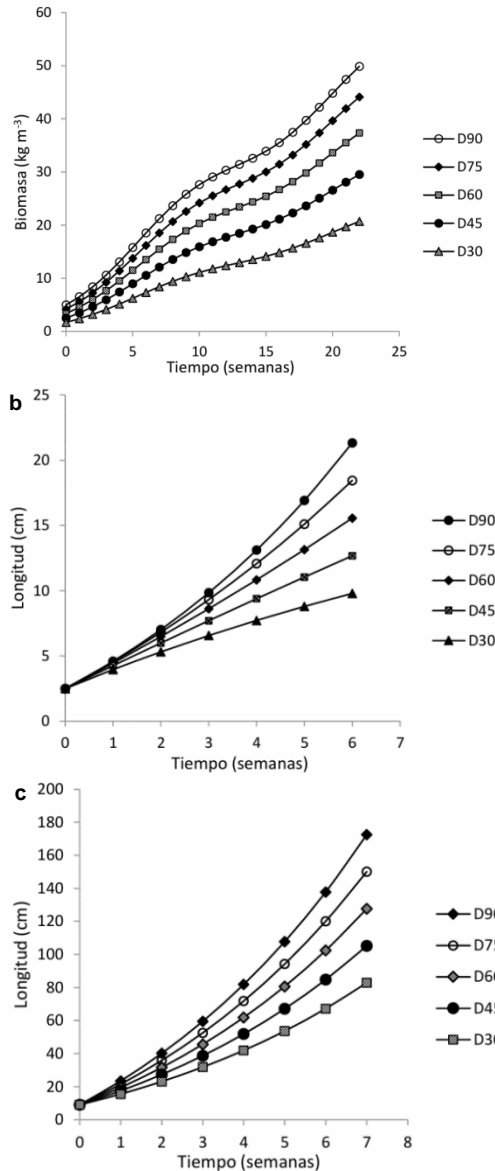


Figura 4. Predicción de la producción de tilapia (a) longitud de la planta de lechuga (b) y longitud de la planta de pepino (c) en función de la densidad de siembra de tilapia y del tiempo.

Por último, los autores mencionan que, los modelos desarrollados en su investigación pueden ser utilizados para determinar, en futuras investigaciones y por medio de análisis bioeconómico, la mejor estrategia de

cosecha teniendo en cuenta el peso en fresco óptimo de lechuga y del fruto del pepino, los costos de producción y la estacionalidad de los precios. Es deseable que, en lo posible, el enfoque bioeconómico también sea adoptado por la industria acuícola.

El futuro del modelado y la tecnología en la acuicultura es prometedor y seguirá desempeñando un papel crucial en la mejora de la eficiencia y la gestión de estos sistemas (Arce-Valdez et al., 2023), ya que, los modelos son considerados fundamentales en el desarrollo de la Ciencia.

#### Referencia bibliográfica

Estrada-Perez, N., Hernandez-Llamas, A., MJ Ruiz-Velazco, J., Zavala-Leal, I., Romero-Bañuelos, C. A., Cruz-Crespo, E., ... & Campos-Mendoza, A. 2018. Stochastic modelling of aquaponic production of tilapia (*Oreochromis niloticus*) with lettuce (*Lactuca sativa*) and cucumber (*Cucumis sativus*). *Aquaculture research*, 49(12): 3723-3734. <https://doi.org/10.1111/are.13840>

Suhl, J., Dannehl, D., Kloas, W., Baganz, D., Jobs, S., Scheibe, G., & Schmidt, U. (2016). Advanced aquaponics: Evaluation of intensive tomato production in aquaponics vs. conventional hydroponics. *Agricultural water management*, 178: 335-344.

Valdez, J. L. A., Banderas, O. A., de los Ríos, L. N. C., Trujillo, P. A. V., & Muñoz, Y. S. 2023. Modelos matemáticos en sistemas acuícolas de recirculación (RAS): una revisión. *Revista Electro*, 45: 61-68.

<https://doi.org/10.1016/j.agwat.2016.10.013>



Scientific Indexing Services



Directory of  
Research Journal  
Indexing

